

数 学

《解答にさいしての注意》

- 1 は必須問題である。全員が解答すること。
- 2 ～ 6 は選択問題である。2つを選んで解答し、選択した問題番号は解答用紙に明示すること。
3. 解答用紙には、答えだけでなく途中の計算も書くこと。

(必須問題)

1 $90^\circ < \theta < 180^\circ$ のとき、次の問いに答えよ。

(i) $\theta = 150^\circ$ のとき、 $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}$ の値を求めよ。

(ii) 等式 $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{2}{\cos \theta}$ を示せ。

(iii) $\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} = -4$ を満たす θ に対して、 $\tan \theta$ の値を求めよ。

(選択問題)

2 2次関数 $y = x^2 - 2x + 3$ ($a \leq x \leq a + 2$) の最大値と最小値を求めよ。ただし、 a は定数である。

3 実数 x, y が $x^2 + y^2 \leq 1$ を満たすとき、次の不等式が成り立つことを示せ。

(i) $x + y \leq \sqrt{2}$

(ii) $x^3 + y^3 \leq 1$

4 曲線 $y = -3x^2 + 15$ と曲線 $y = |5x + 7|$ について、次の問いに答えよ。

(i) 2つの曲線の交点の座標を求めよ。

(ii) 2つの曲線で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

5 a, b, c, d, e の5文字を1列に並べるとき、次のような並べ方は何通りあるか。

(i) a と b が隣り合う。

(ii) a が b の左に並ぶ。

(iii) a, b, c がこの順で並ぶ。

6 数列 $\{a_n\}$ の一般項を

$$a_n = \frac{(1 + \sqrt{3})^n - (1 - \sqrt{3})^n}{2\sqrt{3}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とする。次の問いに答えよ。

(i) a_1, a_2, a_3 の値を求めよ。

(ii) すべての自然数 n に対して、 $a_{n+2} = pa_{n+1} + qa_n$ が成り立つように定数 p, q の値を定めよ。

(iii) すべての自然数 n に対して、 a_n は整数であることを示せ。