

# 数 学

## 《解答にさいしての注意》

- 1 は必須問題である。全員が解答すること。
- 2 ～ 6 は選択問題である。2つを選んで解答し、選択した問題番号は解答用紙に明示すること。
3. 解答用紙には、答えだけでなく途中の計算も書くこと。

## (必須問題)

- 1 放物線  $C: y = x^2 - 2ax - 2a + 4$  について、次の問いに答えよ。ただし、 $a$  は定数である。
- 放物線  $C$  の頂点  $P$  の座標を求めよ。
  - 放物線  $C$  が  $x$  軸に接するとき、定数  $a$  の値を求めよ。
  - 放物線  $C$  と  $x$  軸が異なる2点で交わり、それらの  $x$  座標が  $0$  より大きく  $2$  より小さいとき、定数  $a$  の値の範囲を求めよ。

## (選択問題)

- 2  $\sqrt{3} + \sqrt{5}$  は無理数であることを示せ。ただし、 $\sqrt{3}$  と  $\sqrt{5}$  が共に無理数であることは証明なしに用いてよい。

3 次の問いに答えよ。

(i) 等式  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = \frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta}$  を示せ。

(ii)  $\left(1 + \tan \frac{\pi}{5}\right)\left(1 + \tan \frac{\pi}{6}\right)\left(1 + \tan \frac{\pi}{12}\right)\left(1 + \tan \frac{\pi}{20}\right)$  の値を求めよ。

4 次の問いに答えよ。

(i)  $a$  を定数とするとき、関数  $f(x)$  の  $x = a$  における微分係数  $f'(a)$  の定義を述べよ。

(ii) (i) で述べた定義にしたがって、関数  $f(x) = 2x^3 - 5x + 4$  の  $x = 3$  における微分係数  $f'(3)$  を求めよ。

5 6桁の自然数のうち、ちょうど2種類の数字から成り立っているものの個数を求めよ。

6 平面上の三角形 OAB において  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

(i)  $\angle AOB$  の二等分線のベクトル方程式を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  と実数  $t$  を用いて表せ。

(ii)  $\angle AOB$  の二等分線と AB の交点を M とするとき、 $\overrightarrow{OM}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  で表せ。