

数 学

《解答にさいしての注意》

1. **1** は必須問題である。全員が解答すること。
2. **2 ~ 6** は選択問題である。2つを選んで解答し、選択した問題番号は解答用紙に明示すること。
3. 解答用紙には、答えだけでなく途中の計算も書くこと。

(必須問題)

1 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB = 13$, $BC = 13$, $CD = 7$,

$\angle ABC = 60^\circ$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- AC の長さを求めよ。
- AD の長さを求めよ。
- 四角形 ABCD の面積 S を求めよ。

(選択問題)

2 a , b , c を定数とし、2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ は $x = -1$ と $x = 3$ で同じ値をとるものとする。このとき、次の問いに答えよ。

- この2次関数のグラフの軸が $x = 1$ であることを示せ。
- この関数の定義域が $0 \leq x \leq 1$ であるとき、その値域は $1 \leq y \leq 3$ であるという。このとき、定数 a , b , c の値を求めよ。

3 実数 a, b が $|a| > |b|$ を満たすとき, 不等式

$$\frac{1}{|a-b|} \leq \frac{1}{|a|-|b|}$$

が成り立つことを示せ。また, 等号が成立するための条件を求めよ。

4 連立方程式

$$\begin{cases} 3^x = 3 - 26y & \cdots \cdots (1) \\ x = 2 + \log_{\sqrt{3}} y & \cdots \cdots (2) \end{cases}$$

について, 次の問いに答えよ。

- (i) $\log_{\sqrt{3}} y$ を $\log_3 y$ を用いて表せ。
- (ii) 連立方程式 (1), (2) を満たす x, y の値を求めよ。

5 次の問いに答えよ。

- (i) 187 と 221 の最大公約数と最小公倍数を求めよ。
- (ii) 10000 以下の自然数のうち, 187 でも 221 でも割り切れない数の個数を求めよ。

6 空間内の4点 $O(0, 0, 0)$, $P(0, 2, 0)$, $Q(a, b, 0)$, $R(c, d, e)$ について, 次の問いに答えよ。ただし a, b, c, d, e は正の定数である。

- (i) 三角形 OPQ が正三角形のとき, a, b の値を求めよ。
- (ii) 四面体 $OPQR$ が正四面体のとき, c, d, e の値を求めよ。