

# 数 学

## 《解答にさいしての注意》

1. **1** は必須問題である。全員が解答すること。
2. **2 ~ 6** は選択問題である。2つを選んで解答し、選択した問題番号は解答用紙に明示すること。
3. 解答用紙には、答えだけでなく途中の計算も書くこと。

## (必須問題)

**1** 半径 14 の円に内接する三角形 ABC において、 $AB : BC : AC = 5 : 7 : 8$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (i)  $\cos \angle ABC$  および  $\sin \angle ABC$  の値を求めよ。
- (ii) AC の長さを求めよ。
- (iii) 三角形 ABC の面積  $S$  を求めよ。

## (選択問題)

**2**  $x$  に関する 2 次不等式

$$4x^2 - (4t^2 + 4t + 5)x + 4t^3 + 5t \leq 0 \cdots \cdots (1)$$

について、次の問いに答えよ。ただし、 $t$  は定数である。

- (i) 不等式 (1) を解け。
- (ii) 任意の実数  $t$  に対して、不等式 (1) をみたす整数  $x$  が存在することを示せ。

3 次の問いに答えよ。

(i) 等式  $\sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$  を示せ。

(ii)  $\theta = \frac{\pi}{5}$  のとき,  $\sin 3\theta = \sin 2\theta$  を示せ。

(iii)  $\cos \frac{\pi}{5}$  の値を求めよ。

4 関数  $y = x^3 - 12x + 5$  について, 次の問いに答えよ。

(i) この関数の極値を求めよ。また, そのときの  $x$  の値を求めよ。

(ii)  $-t \leq x \leq t$  におけるこの関数の最大値および最小値を求めよ。ただし,  $t > 0$  とする。

5 次の問いに答えよ。

(i)  $4a^2 - b^2 + 6b - 9$  を因数分解せよ。

(ii)  $4a^2 - b^2 + 6b - 9 = 27$  となる自然数  $a, b$  の値の組をすべて求めよ。

6 数列  $\{a_n\}$  を初項 3, 公差 2 の等差数列とする。2 以上の自然数  $n$  に対して, 初項から第  $n$  項までの  $n$  個の項のうち, 異なる 2 項の積をすべてとり, それらの和を  $T_n$  とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(i)  $T_3$  を  $a_1, a_2, a_3$  を用いて表し, その値を求めよ。

(ii)  $(a_1 + a_2 + a_3)^2$  の値を求めよ。

(iii)  $T_n$  を  $n$  を用いて表せ。