

$\triangle ABC$ において、 $AB = 6$ 、 $\sin A : \sin B : \sin C = 5 : 6 : 3$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\sin A = 5k$ とするとき、 $\sin B$ と $\sin C$ の値を実数 k を用いて表せ。
- (2) 辺 AC と辺 BC の長さを求めよ。
- (3) $\cos A$ の値を求めよ。
- (4) $\triangle ABC$ の面積 S を求めよ。

(20 広島工大 7)

【答】

- (1) $\sin B = 6k$, $\sin C = 3k$
- (2) $AC = 12$, $BC = 10$
- (3) $\cos A = \frac{5}{9}$
- (4) $S = 8\sqrt{14}$

【解答】

- (1) $\sin A : \sin B : \sin C = 5 : 6 : 3$, $\sin A = 5k$ なので

$$\sin B = \mathbf{6k}, \quad \sin C = \mathbf{3k} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (2) 正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ により

$$a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C = 5k : 6k : 3k = 5 : 6 : 3$$

$AB = c = 6$ であるから

$$AC = \mathbf{12}, \quad BC = \mathbf{10} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (3) 余弦定理により

$$\cos A = \frac{6^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 6 \cdot 12} = \frac{80}{2 \cdot 6 \cdot 12} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{9}} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (4) $\sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{9}\right)^2} = \frac{2\sqrt{14}}{9}$ であり

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 \cdot \frac{2\sqrt{14}}{9} \\ &= \mathbf{8\sqrt{14}} \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

である。