$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき

$$\sin\theta > \sqrt{3}\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \qquad \cdots\cdots ①$$

となる θ の値の範囲を求めよう．

加法定理を用いると

$$\sqrt{3}\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}}\cos\theta + \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{イ}}\sin\theta$$

である．よって，三角関数の合成を用いると，①は

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{\boxed{エ}}\right) < 0$$

と変形できる．したがって，求める範囲は

$$\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}\pi < \theta < \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\pi$$

である．

(20 センタ本試 IIB 1[1](1))

【答】

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク
3	2	3	3	2	3	5	3

【解答】

$$\sin\theta > \sqrt{3}\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \qquad \cdots\cdots ①$$

加法定理を用いると

$$\begin{aligned}\sqrt{3}\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) &= \sqrt{3}\left(\cos\theta\cos\frac{\pi}{3} + \sin\theta\sin\frac{\pi}{3}\right)\\ &= \sqrt{3}\left(\cos\theta\cdot\frac{1}{2} + \sin\theta\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\\ &= \frac{\sqrt{\boxed{\mathbf{3}}}}{\boxed{\mathbf{2}}}\cos\theta + \frac{\boxed{\mathbf{3}}}{2}\sin\theta \qquad \cdots\cdots (\text{ア〜ウの答})\end{aligned}$$

である．よって，三角関数の合成を用いると，①は

$$\sin\theta > \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta + \frac{3}{2}\sin\theta$$

$$\frac{1}{2}\sin\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta < 0$$

$$\sin\theta\cos\frac{\pi}{3} + \cos\theta\sin\frac{\pi}{3} < 0$$

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{\boxed{\mathbf{3}}}\right) < 0 \qquad \cdots\cdots (\text{エの答})$$

と変形できる．θ の動く範囲は，$0 \leqq \theta < 2\pi$ であり，$\dfrac{\pi}{3} \leqq \theta + \dfrac{\pi}{3} < 2\pi + \dfrac{\pi}{2}$ であるから，求める範囲は

$$\pi < \theta + \frac{\pi}{3} < 2\pi$$

$$\therefore \quad \frac{\boxed{\mathbf{2}}}{\boxed{\mathbf{3}}}\pi < \theta < \frac{\boxed{\mathbf{5}}}{\boxed{\mathbf{3}}}\pi \qquad \cdots\cdots \text{(オ〜クの答)}$$

である．