点 $(0,\ p)$ から直線 $y=x-1$ に下ろした垂線の足を Q とする．ただし，$p \fallingdotseq -1$ とする．

ア．点 Q の座標を求めよ．
イ．点 Q と点 $(0,\ p)$ との距離が 2 になるときの p の値を求めよ．

(20 豊橋技科大 2(1))

【答】

ア．$\mathrm{Q}\left(\dfrac{p+1}{2},\ \dfrac{p-1}{2}\right)$
イ．$p=-1\pm 2\sqrt{2}$

【解答】

ア．点 $(0,\ p)$ を P とおく．点 P を通り直線 $y=x-1$ に垂直な直線の方程式は $y=-x+p$ であり，これらを連立すると

$$x-1=-x+p$$
$$\therefore\quad x=\frac{p+1}{2}$$

であり，求める垂線の足 Q の座標は

$$\mathrm{Q}\left(\boldsymbol{\frac{p+1}{2},\ \frac{p-1}{2}}\right) \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

イ．

$$\begin{aligned}\mathrm{PQ}&=\sqrt{\left(\frac{p+1}{2}\right)^2+\left(\frac{p-1}{2}-p\right)^2}\\&=\sqrt{\left(\frac{p+1}{2}\right)^2+\left(\frac{-p-1}{2}\right)^2}\\&=\frac{|p+1|}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

であるから，$\mathrm{PQ}=2$ となる p の値は

$$\frac{|p+1|}{\sqrt{2}}=2$$
$$\therefore\quad \boldsymbol{p=-1\pm 2\sqrt{2}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

- 点と直線との距離の公式を用いて

$$\mathrm{PQ}=\frac{|0-p-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|p+1|}{\sqrt{2}}$$

を得ることもできる．