実数 t に対して，$\vec{a}=(1,\ 2t,\ -5)$，$\vec{b}=(t,\ t^2+1,\ 2t^2+3)$ とする．このとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が垂直になるのは，$t=$ $\boxed{\text{ウ}}$ のときであり，また，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が平行になるのは，$t=$ $\boxed{\text{エ}}$ のときである．

(20 大阪工大 公募推薦 1(2))

【答】

ウ	エ
5	-1

【解答】

$$\vec{a}=(1,\ 2t,\ -5),\ \vec{b}=(t,\ t^2+1,\ 2t^2+3)$$

$\vec{a}\perp\vec{b}$ のとき

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$$
$$t+2t(t^2+1)-5(2t^2+3)=0$$
$$2t^3-10t^2+3t-15=0$$
$$2t^2(t-5)+3(t-5)=0$$
$$(2t^2+3)(t-5)=0$$
$$\therefore\quad t=\mathbf{5}\quad(\because\ t\text{ は実数})$$

……(答)

$\vec{a}\ /\!/\ \vec{b}$ のとき

$\vec{b}=k\vec{a}$ となる実数 k が存在するから

$$\begin{cases} t=k \\ t^2+1=2kt \\ 2t^2+3=-5k \end{cases} \iff \begin{cases} k=t & \cdots\cdots ① \\ t^2+1=2t^2 & \cdots\cdots ② \\ 2t^2+3=-5t & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

② より

$$t^2=1\qquad\therefore\quad t=\pm1$$

③ より

$$2t^2+5t+3=0$$
$$(2t+3)(t+1)=0\qquad\therefore\quad t=-\frac{3}{2},\ -1$$

よって，①，②，③ を満たす k が存在するような t の値は

$$t=\mathbf{-1}$$

……(答)

である．