

整式  $P(x)$  を  $x^2 + 4x + 4$  で割ったときの余りが  $-x - 4$  であり,  $x^2 - 4x + 3$  で割ったときの余りが  $3x - 1$  である.  $P(x)$  を  $x^2 - x - 6$  で割ったときの余りを求めなさい.  
(21 岩手県大 ソフト情 2(2))

【答】  $2x + 2$

【解答】

$P(x)$  について

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 \text{ で割ったときの商を } Q_1(x),$$

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) \text{ で割ったときの商を } Q_2(x),$$

$$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2) \text{ で割ったときの商を } Q_3(x), \text{ 余りを } ax + b$$

とおくと, 与えられた条件は

$$P(x) = (x + 2)^2 Q_1(x) - x - 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$P(x) = (x - 1)(x - 3) Q_2(x) + 3x - 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$P(x) = (x - 3)(x + 2) Q_3(x) + ax + b \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

である. ① に  $x = -2$ , ② に  $x = 3$  を代入すると

$$\begin{cases} P(-2) = -2 \\ P(3) = 8 \end{cases}$$

また, ③ に  $x = -2, 3$  を代入すると

$$\begin{cases} P(-2) = -2a + b \\ P(3) = 3a + b \end{cases}$$

である. したがって

$$\begin{cases} -2a + b = -2 \\ 3a + b = 8 \end{cases} \quad \therefore a = b = 2$$

を得る.

よって, 求める余りは

$$2x + 2$$

……(答)

である.