k を実数とする．2 次関数

$$y = 2x^2 - 4x + 5$$

のグラフを G とする．また，グラフ G を y 軸方向に k だけ平行移動したグラフを H とする．

(1) グラフ G の頂点の座標は $\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$ である．

(2) グラフ H が x 軸と共有点をもたないような k の値の範囲は

$$k > \boxed{\text{ウエ}}$$

である．

(3) $k = -5$ のとき，グラフ H を x 軸方向に 1 だけ平行移動したものは，$2 \leqq x \leqq 6$ の範囲で x 軸と $\boxed{\text{オ}}$ 点で交わる．また，$k = -5$ のとき，グラフ H を x 軸方向に 3 だけ平行移動したものは，$2 \leqq x \leqq 6$ の範囲で x 軸と $\boxed{\text{カ}}$ 点で交わる．

(4) グラフ H が x 軸と異なる 2 点で交わるとき，その 2 点の間の距離は

$$\sqrt{\boxed{\text{キク}}\left(k + \boxed{\text{ケ}}\right)}$$

である．

したがって，グラフ H を x 軸方向に平行移動して，$2 \leqq x \leqq 6$ の範囲で x 軸と異なる 2 点で交わるようにできるとき，k のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{コサシ}} \leqq k < \boxed{\text{スセ}}$$

である．

(21 共通テスト I 3[1])

【答】

ア	イ	ウエ	オ	カ	キク	ケ	コサシ	スセ
1	3	-3	1	2	-2	3	-11	-3

【解答】

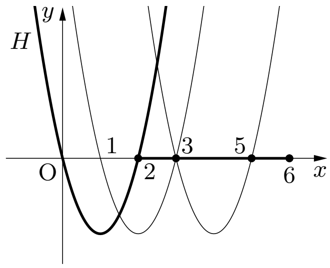
(1)
$$\begin{aligned} G : y &= 2x^2 - 4x + 5 \\ &= 2(x-1)^2 + 3 \end{aligned}$$

よって，G の頂点の座標は **(1，3)** である．　……(答)

(2) G を y 軸方向に k だけ平行移動した H の頂点の座標は $(1,\ 3+k)$ である．下に凸な H が x 軸と共有点をもたないような k の値の範囲は

$$3 + k > 0 \qquad \therefore \quad k > \boldsymbol{-3}$$　……(答)

である．



(3) $k=-5$ のとき，H は

$$y = 2x^2 - 4x$$
$$= 2x(x-2)$$

であり，x 軸との共有点の座標は

$$(0,\ 0),\ (2,\ 0)$$

である．H を x 軸方向に 1 だけ平行移動したものは，x 軸と $(1,\ 0)$, $(3,\ 0)$ で交わるから，$2 \leqq x \leqq 6$ の範囲では x 軸と **1** 点で交わる． ……(答)

また，H を x 軸方向に 3 だけ平行移動したものは，x 軸と $(3,\ 0)$, $(5,\ 0)$ で交わるから，$2 \leqq x \leqq 6$ の範囲では x 軸と **2** 点で交わる． ……(答)

(4) (2) より，H の頂点の y 座標は $3+k$ であるから，H が x 軸と異なる 2 点で交わるのは

$$3+k<0 \qquad \therefore \quad k<-3 \qquad \cdots\cdots ①$$

のときである．このとき $H : y=2x^2-4x+5+k$ と x 軸との共有点の x 座標は

$$2x^2-4x+5+k=0$$
$$\therefore \quad x = \frac{2 \pm \sqrt{4-2(5+k)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-2(k+3)}}{2}$$

である．2 交点の間の距離は

$$\frac{2+\sqrt{-2(k+3)}}{2} - \frac{2-\sqrt{-2(k+3)}}{2} = \sqrt{\mathbf{-2}(k+\mathbf{3})} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．

したがって，H を x 軸方向に平行移動して，$2 \leqq x \leqq 6$ の範囲で x 軸と異なる 2 点で交わるようにできる条件は，2 点間の距離が 4 以下であることであるから

$$\sqrt{-2(k+3)} \leqq 4 \iff \begin{cases} -2(k+3) \leqq 16 \\ -2(k+3) \geqq 0 \end{cases}$$

① もあわせると

$$\mathbf{-11} \leqq k < \mathbf{-3} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．