

AAAABBCCCCDE の 11 文字のアルファベットを横一列に並べるとき、何通りの並べ方があるか求めなさい。

(21 公立千歳科技大 理工 1(5))

【答】 138600 通り

【解答】

A が 4 文字, B が 2 文字, C が 3 文字, D が 1 文字, E が 1 文字の合計 11 文字の同じものを含む順列であるから, 求める並べ方は

$$\begin{aligned} \frac{11!}{4!2!3!1!1!} &= \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \times 3 \cdot 2} \\ &= 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 5 \\ &= \mathbf{138600} \quad (\text{通り}) \end{aligned} \quad \dots\dots(\text{答})$$

ある.

- 組合せを使うこともできる (これは同じものを含む順列の公式の証明でもある).

11 個の場所に 5 種の文字を並べること考える.

最初は A をおく 4 個の場所を選び, 次に B をおく 2 個の場所, C をおく 3 個の場所, D をおく 1 個の場所, 最後に残った 1 個の場所には E をおくことにする. このようにして決まる並べ方は

$$\begin{aligned} & {}_{11}C_4 \cdot {}_7C_2 \cdot {}_5C_3 \cdot {}_2C_1 \cdot {}_1C_1 \\ &= \frac{11!}{7!4!} \cdot \frac{7!}{5!2!} \cdot \frac{5!}{3!2!} \cdot \frac{2!}{1!1!} \cdot \frac{1!}{1!0!} \\ &= \frac{11!}{4!2!3!1!1!} \quad (\because 0! = 1) \\ &= \dots \\ &= 138600 \quad (\text{通り}) \end{aligned}$$

である.