

$f(x) = 2^{x+2} + 2^{-x+4}$ の最小値とそのときの x を求めよ。

(21 宮城大 事業構想・食品業 1(5))

【答】 $x = 1$ のとき、最小値 16

【解答】

$f(x)$ を整理すると

$$\begin{aligned} f(x) &= 2^{x+2} + 2^{-x+4} \\ &= 2^2 \cdot 2^x + \frac{2^4}{2^x} \\ &\geq 2\sqrt{2^2 \cdot 2^x \times \frac{2^4}{2^x}} \quad (\because \text{相加平均} \cdot \text{相乗平均の関係}) \\ &= 2 \cdot 2^3 \\ &= 16 \end{aligned}$$

等号が成立するのは

$$2^2 \cdot 2^x = \frac{2^4}{2^x} \quad \therefore 2^x = 2 \quad \therefore x = 1$$

のときである。よって、 $f(x)$ は

$x = 1$ のとき、最小値 16 ……(答)

をとる。

- $y = 2^{x+2}$ と $y = 2^{-x+4}$ のグラフと $y = f(x)$ のグラフとの関係は下図のようになります。

