

# 数 学

## 《解答にさいしての注意》

1. 工学部4学科の受験者は、この問題を選択することはできない。
2. **1** は必須問題である。全員が解答すること。
3. **2** ～ **6** は選択問題である。2つを選んで解答し、選択した問題番号は解答用紙に明示すること。
4. 解答用紙には、答えだけでなく途中の計算も書くこと。

## (必須問題)

**1** 次の問いに答えよ。

- (i) 不等式  $ax^2 + bx > a^2 - 1$  の解が  $-3 < x < 5$  であるとき、定数  $a, b$  の値を求めよ。
- (ii) 1辺の長さが1の正四面体 ABCD の体積を求めよ。
- (iii)  $\cos \theta = -\frac{2}{7}$  とするとき、 $\sin \theta$  と  $\tan \theta$  の値を求めよ。ただし、 $0^\circ < \theta < 180^\circ$  とする。
- (iv)  $a, b, c, d, e$  の平均が62、標準偏差が23であるとき、 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2$  の値を求めよ。

## (選択問題)

**2** 関数  $y = -(x^2 - 2x)^2 + 2(x^2 - 2x)$  について、次の問いに答えよ。

- (i)  $x^2 - 2x$  の最小値を求めよ。また、そのときの  $x$  の値を求めよ。
- (ii)  $y$  の最大値を求めよ。また、そのときの  $x$  の値を求めよ。
- (iii)  $0 \leq x \leq 2$  のとき、 $y$  の最小値と最大値を求めよ。また、そのときの  $x$  の値を求めよ。

3 次の問いに答えよ。

- (i) 等式  $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$  を示せ。
- (ii)  $2 \cos \frac{\pi}{9}$ ,  $2 \cos \frac{5\pi}{9}$ ,  $2 \cos \frac{7\pi}{9}$  は方程式  $x^3 - 3x - 1 = 0$  の解であることを示せ。

4  $a < b$  となる実数  $a$ ,  $b$  について、放物線  $y = -x^2$  の  $(a, -a^2)$  における接線を  $\ell$  とし、 $(b, -b^2)$  における接線を  $m$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (i) 直線  $\ell$  と直線  $m$  の方程式を求めよ。
- (ii) 直線  $\ell$  と直線  $m$  の交点の座標を求めよ。
- (iii) 放物線  $y = -x^2$ , 直線  $\ell$ , 直線  $m$  で囲まれる図形の面積を求めよ。

5 次の問いに答えよ。

- (i) 15 の階乗  $15!$  を素因数分解せよ。
- (ii)  $15!$  は一の位から続けていくつの 0 が並ぶか答えよ。
- (iii)  $\sqrt{15!n}$  が整数となるような正の整数  $n$  のうち、最小のものを求めよ。

6 2つのベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  が、 $|\vec{a} - \vec{b}| = 3$ ,  $|\vec{a} - 2\vec{b}| = 6$ ,  $|\vec{a}| = 2$  をみたすとき、次の問いに答えよ。

- (i)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  および  $|\vec{b}|$  を求めよ。
- (ii)  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  のなす角を  $\theta$  とおくと、 $\cos \theta$  の値を求めよ。
- (iii)  $\vec{a} = \vec{OA}$ ,  $\vec{b} = \vec{OB}$  とするとき、三角形 OAB の面積  $S$  を求めよ。