$\sin\theta - \cos\theta = x$ とする．このとき，次の式を x で表せ．

$$\sin^3\theta - \cos^3\theta$$

(21 青森公立大 1(1))

【答】 $-\dfrac{1}{2}x^3 + \dfrac{3}{2}x$

【解答】

$$\begin{aligned}\sin^3\theta - \cos^3\theta &= (\sin\theta - \cos\theta)(\sin^2\theta + \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)\\ &= x(1 + \sin\theta\cos\theta)\end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned}x^2 &= (\sin\theta - \cos\theta)^2\\ &= \sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta\\ &= 1 - 2\sin\theta\cos\theta\end{aligned}$$

$$\therefore \quad \sin\theta\cos\theta = \frac{1 - x^2}{2}$$

なので

$$\begin{aligned}\sin^3\theta - \cos^3\theta &= x\left(1 + \frac{1 - x^2}{2}\right)\\ &= \boldsymbol{-\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x}\end{aligned}$$

……(答)

である．