焦点が $(0,\ 0)$，準線が $y=-2$ の放物線と直線 $y=2$ の交点を P とする．

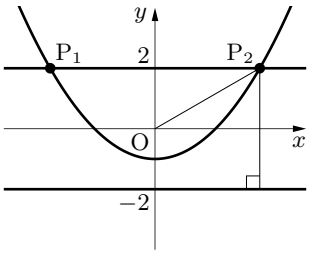
(a) P の座標を求めよ．

(b) (a) とは別の解法で P の座標を求めよ．

(21 浜松医大 2(2))

【答】 $(\pm 2\sqrt{3},\ 2)$

【解答】



(a) 放物線の定義に従って，P の座標を求める．

P は直線 $y=2$ 上にあるので，その座標を $(p,\ 2)$ とおくことができる．また，P は焦点が $\mathrm{O}(0,\ 0)$，準線が $l: y=-2$ の放物線上にあるので

$$\mathrm{OP} = (\mathrm{P}\text{ と }l\text{ との距離})$$
$$\sqrt{p^2+2^2} = |2-(-2)|$$
$$p^2 = 4^2-2^2 = 12$$
$$\therefore\quad p = \pm 2\sqrt{3}$$

よって，P の座標は

$$\mathbf{(\pm 2\sqrt{3},\ 2)} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

(b) 放物線の方程式と直線の方程式 $y=2$ を連立して，P の座標を求める．

焦点が $(0,\ 0)$，準線が $y=-2$ の放物線の頂点は $(0,-1)$ で，その方程式は

$$x^2 = 4\cdot 1\cdot (y+1)$$
$$\therefore\quad x^2 = 4(y+1)$$

である．この放物線と直線 $y=2$ との交点 P の x 座標は

$$x^2 = 4(2+1)$$
$$x^2 = 12$$
$$\therefore\quad x = \pm 2\sqrt{3}$$

よって，P の座標は

$$\mathrm{P}\mathbf{(\pm 2\sqrt{3},\ 2)} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．