

$\triangle ABC$ において辺  $BC$  の中点を  $M$  とする.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 5$ ,  $|\overrightarrow{AM}| = \frac{\sqrt{51}}{2}$  のとき,  
 $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{\boxed{\text{キク}}}$  である.

(21 同志社女大 薬 2(4))

【答】	キク
	31

【解答】

$\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$  とおく.

$M$  は辺  $BC$  の中点であり,  $|\overrightarrow{AM}| = \frac{\sqrt{51}}{2}$  であるから

$$\left| \frac{\vec{b} + \vec{c}}{2} \right|^2 = \frac{51}{4}$$

$$|\vec{b}|^2 + 2\vec{b} \cdot \vec{c} + |\vec{c}|^2 = 51$$

$\vec{b} \cdot \vec{c} = 5$  より

$$|\vec{b}|^2 + 2 \times 5 + |\vec{c}|^2 = 51$$

$$\therefore |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 = 41 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

これより

$$|\overrightarrow{BC}|^2 = |\vec{c} - \vec{b}|^2$$

$$= |\vec{b}|^2 - 2\vec{b} \cdot \vec{c} + |\vec{c}|^2$$

$$= 41 - 2 \times 5 \quad (\because \textcircled{1})$$

$$= 31$$

よって

$$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{31} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.