

平面上の2点AとBを考える. $2\vec{AB} \cdot \vec{AB} + 9\vec{AP} \cdot \vec{BP} = 3\vec{AB} \cdot (\vec{AP} + 2\vec{BP})$ が成り立つとき, 点Pが描く図形は, セ を中心とする半径 ソ の円になる.

(21 産業医大 医 2(9))

| | | |
|-----|---|-------------------------|
| 【答】 | セ | ソ |
| | B | $\frac{1}{3} \vec{BA} $ |

【解答】

$$2\vec{AB} \cdot \vec{AB} + 9\vec{AP} \cdot \vec{BP} = 3\vec{AB} \cdot (\vec{AP} + 2\vec{BP})$$

始点をAにそろえると

$$2|\vec{AB}|^2 + 9\vec{AP} \cdot (\vec{AP} - \vec{AB}) = 3\vec{AB} \cdot (3\vec{AP} - 2\vec{AB})$$

$$9|\vec{AP}|^2 - 18\vec{AB} \cdot \vec{AP} + 8|\vec{AB}|^2 = 0$$

$$9|\vec{AP} - \vec{AB}|^2 = |\vec{AB}|^2$$

$\vec{AP} - \vec{AB} = \vec{BP}$ より, 始点をBにそろえると

$$|\vec{BP}|^2 = \frac{1}{9}|\vec{BA}|^2$$

$$|\vec{BP}| = \frac{1}{3}|\vec{BA}|$$

すなわち, Pが描く図形は

点Bを中心とする半径 $\frac{1}{3}|\vec{BA}|$ の円

……(答)

になる.