空間において，3 点 $\mathrm{A}(-1,\ 1,\ 1)$，$\mathrm{B}(a-1,\ b+1,\ 3)$，$\mathrm{C}(b,\ a,-3)$ が一直線上にあるとき，$a,\ b$ の値を求めよ．

(21 山形大 工 1(2))

【答】 $a=1,\ b=-3$

【解答】

$\mathrm{A}(-1,\ 1,\ 1)$，$\mathrm{B}(a-1,\ b+1,\ 3)$，$\mathrm{C}(b,\ a,-3)$ より

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(a,\ b+2,\ 2),\quad \overrightarrow{\mathrm{AC}}=(b+1,\ a+1,\ -4)$$

3 点 A，B，C が一直線上にある条件は

$$\begin{aligned}
&a:(b+2):2=(b+1):(a+1):-4\\
\iff\ &-2a:-2(b+2):-4=(b+1):(a+1):-4\\
\iff\ &\begin{cases} b+1=-2a\\ a+1=-2(b+2)\end{cases}\\
\iff\ &\begin{cases} 2a+b=-1\\ a+2b=-5\end{cases}
\end{aligned}$$

よって

$$\boldsymbol{a=1,\quad b=-3} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．