

中田島砂正で開催される浜松まつりの凧揚げ合戦の映像撮影を行う。砂丘面を水平な xy 平面とする座標空間において、地上の点 $A(2, 0, 0)$ と、点 $B(0, 3, 0)$ にカメラを配置し、空中にドローンカメラを配置する。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 凧は、カメラ (点 A) からベクトル $(2, 1, 6)$ の示す方向に、カメラ (点 B) からベクトル $(2, -1, 3)$ の示す方向に位置していた。凧の位置を点 P とするとき、点 P の座標を求めよ。
- (2) ドローンカメラを、カメラ (点 B) と凧 (点 P) の一直線上、かつ線分 BP を $7:3$ に外分する点に配置する。ドローンカメラの位置を点 C とするとき、点 C の座標を求めよ。

(21 静岡文芸大 デザイン 7)

【答】

- (1) $P(4, 1, 6)$
 (2) $C\left(7, -\frac{1}{2}, \frac{21}{2}\right)$

【解答】

- (1) $\vec{u} = (2, 1, 6)$, $\vec{v} = (2, -1, 3)$ とおく。3 点 A, B, P の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{p}$ とすると、 \vec{p} は実数 k, l を用いて

$$\begin{aligned}\vec{p} &= \vec{a} + k\vec{u} = (2, 0, 0) + k(2, 1, 6) \\ &= (2 + 2k, k, 6k) \\ \vec{p} &= \vec{b} + l\vec{v} = (0, 3, 0) + l(2, -1, 3) \\ &= (2l, 3 - l, 3l)\end{aligned}$$

と表すことができる。よって

$$\begin{cases} 2 + 2k = 2l \\ k = 3 - l \\ 6k = 3l \end{cases} \quad \therefore \quad \begin{cases} k - l = -1 \\ k + l = 3 \\ 2k - l = 0 \end{cases} \quad \therefore \quad k = 1, l = 2$$

$$\therefore \vec{p} = (4, 1, 6)$$

であり、点 P の座標は $(4, 1, 6)$ である。……(答)

- (2) 点 C の位置ベクトルを \vec{c} とおく。 C は線分 BP を $7:3$ に外分する点であるから

$$\begin{aligned}\vec{c} &= \frac{-3\vec{b} + 7\vec{p}}{7 - 3} = -\frac{3}{4}(0, 3, 0) + \frac{7}{4}(4, 1, 6) \\ &= \left(7, -\frac{1}{2}, \frac{21}{2}\right)\end{aligned}$$

よって、点 C の座標は $\left(7, -\frac{1}{2}, \frac{21}{2}\right)$ である。……(答)