

整式  $P(x)$  を  $x^2 - 1$  で割った余りが  $2x + 1$ ,  $x + 2$  で割った余りが  $-2$  のとき,  $P(x)$  を  $x^2 + x - 2$  で割った余りを求めよ. □

(22 会津大 1(2))

【答】

□
$\frac{5}{3}x + \frac{4}{3}$

【解答】

整式  $P(x)$  を  $x^2 - 1$  で割ったときの商を  $Q_1(x)$ ,  $x + 2$  で割ったときの商を  $Q_2(x)$  とおくと, それぞれの余りが  $2x + 1$ ,  $-2$  であるから

$$P(x) = (x + 1)(x - 1)Q_1(x) + 2x + 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$P(x) = (x + 2)Q_2(x) - 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

が成り立つ.

整式  $P(x)$  を  $x^2 + x - 2$  で割ったときの商を  $Q(x)$ , 余りを  $ax + b$  ( $a, b$  は定数) とおくと

$$\begin{aligned} P(x) &= (x^2 + x - 2)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 1)(x + 2)Q(x) + ax + b \quad \cdots \cdots \textcircled{3} \end{aligned}$$

と表すことができる.

$$\textcircled{1} \text{ において, } x = 1 \text{ を代入すると } P(1) = 3,$$

$$\textcircled{2} \text{ において, } x = -2 \text{ を代入すると } P(-2) = -2$$

であるから,  $\textcircled{3}$  より

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ -2a + b = -2 \end{cases} \quad \therefore a = \frac{5}{3}, b = \frac{4}{3}$$

を得る. よって, 余りは

$$\frac{5}{3}x + \frac{4}{3} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

である.