

方程式 $|x+1| - |x-1| = x$ を解け.

(22 東北学院大 文系 A 1(1))

【答】 $x = -2, 0, 2$

【解答】

$$|x+1| - |x-1| = x \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$f(x) = |x+1| - |x-1|$ とおくと

$$f(x) = \begin{cases} x \leq -1 \text{ のとき,} & -(x+1) + (x-1) = -2 \\ -1 \leq x \leq 1 \text{ のとき,} & (x+1) + (x-1) = 2x \\ 1 \leq x \text{ のとき,} & (x+1) - (x-1) = 2 \end{cases}$$

であり、 $\textcircled{1}$ は

(i) $x \leq -1$ のとき, $\textcircled{1} \iff -2 = x \quad \therefore x = -2$ (i) の範囲を満たす.

(ii) $-1 \leq x \leq 1$ のとき, $\textcircled{1} \iff 2x = x \quad \therefore x = 0$ (ii) の範囲を満たす.

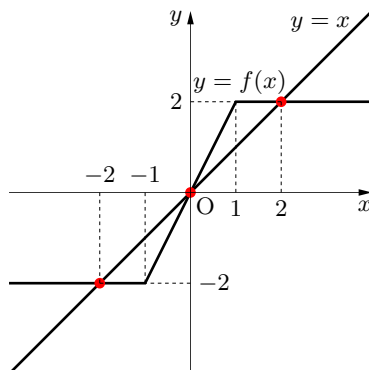
(iii) $1 \leq x$ のとき, $\textcircled{1} \iff 2 = x \quad \therefore x = 2$ (iii) の範囲を満たす.

求める解は

$$x = -2, 0, 2 \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

である.

- ① の解は $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = x$ の交点の x 座標である. $y = f(x)$ と $y = x$ を図示すると下図となる.



したがって、求める解は $x = -2, 0, 2$ である.