2 次方程式 $x^2-3x+4=0$ の 2 つの解を α, β とおく．p, q を定数として，2 次方程式 $x^2+px+q=0$ が $\dfrac{1}{\alpha}$ と $\dfrac{1}{\beta}$ を解にもつとすると，$p=\boxed{\text{(さ)}}$，$q=\boxed{\text{(し)}}$ である．

(22 茨城大 後 工 2(1))

【答】

(さ)	(し)
$-\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{1}{4}$

【解答】

α, β は 2 次方程式 $x^2-3x+4=0$ の解である．解と係数の関係から

$$\begin{cases}\alpha+\beta=3\\ \alpha\beta=4\end{cases}$$

である．また，$\dfrac{1}{\alpha}$ と $\dfrac{1}{\beta}$ を解にもち，2 次の係数が 1 である 2 次方程式は

$$\left(x-\frac{1}{\alpha}\right)\left(x-\frac{1}{\beta}\right)=0$$

$$\therefore\quad x^2-\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)x+\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}=0 \qquad \cdots\cdots ①$$

である．

$$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{3}{4},$$

$$\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{4}$$

であるから，① は

$$x^2-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}=0$$

となる．2 次方程式 $x^2+px+q=0$ 比較して

$$\boldsymbol{p=-\frac{3}{4},\ q=\frac{1}{4}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．