不等式 $|2x+1|-x \leqq 8$ の解は $\boxed{\text{(そ)}}$ である．

(22 茨城大 後 工 2 (3))

【答】

(そ)
$-3 \leqq x \leqq 7$

【解答】

$$|2x+1|-x \leqq 8 \qquad \cdots\cdots ①$$

左辺の絶対値をはずすと

$$|2x+1|-x = \begin{cases} -(2x+1)-x = -3x-1 & \left(x < -\dfrac{1}{2}\text{のとき}\right) \\ (2x+1)-x = x+1 & \left(x \geqq -\dfrac{1}{2}\text{のとき}\right) \end{cases}$$

であるから

(i) $x < -\dfrac{1}{2}$ のとき

$$① \iff -3x-1 \leqq 8 \qquad \therefore \quad x \geqq -3$$

(i) の範囲とあわせると　$-3 \leqq x < -\dfrac{1}{2}$　である．

(ii) $x \geqq -\dfrac{1}{2}$ のとき

$$① \iff x+1 \leqq 8 \qquad \therefore \quad x \leqq 7$$

(ii) の範囲とあわせると　$-\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq 7$　である．

以上 (i)，(ii) より，求める解は

$$\boldsymbol{-3 \leqq x \leqq 7} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

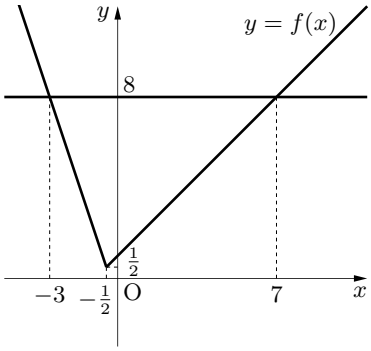
- $f(x) = |2x+1|-x$ とおくと，$y = f(x)$ のグラフは右図の折れ線となる．この折れ線と直線 $y = 8$ との交点は

  $$|2x+1|-x = 8$$

  を解くことにより

  $$(-3,\ 8),\ (7,\ 8)$$

  とわかるから，$f(x) \leqq 8$ の解は

  $$-3 \leqq x \leqq 7$$

  である．