m を正の整数とするとき，$\dfrac{54!}{3^m}$ が正の整数となるような最大の m の値を求めなさい．

(22 公立千歳科技大 中期 理工 1(1))

【答】 $m=26$

【解答】

$\dfrac{54!}{3^m}$ が正の整数となるような最大の m とは，54! に含まれる素因数 3 の個数のことである．

$\dfrac{54}{3^k}$ が整数となる正の整数 k は $k=1,\ 2,\ 3$ であり，実数 x を超えない最大な整数を $[x]$(ガウス記号という) で表すと

3 の倍数の個数は $\left[\dfrac{54}{3}\right]=18$ (個)

3^2 の倍数の個数は $\left[\dfrac{54}{9}\right]=6$ (個)

3^3 の倍数の個数は $\left[\dfrac{54}{27}\right]=2$ (個)

であるから，54! に含まれる素因数 3 の個数，すなわち，求める最大の m の値は

$$18+6+2=\mathbf{26}$$ ……(答)

である．