複素数平面上の 3 点 A，B，C を表す複素数をそれぞれ

$$z_1 = 2 + i,\ z_2 = 1,\ z_3 = 2i$$

とするとき，以下の問に答えなさい．

(1) △ABC の重心 G を表す複素数 g を求めなさい．
(2) 点 A，B，C をそれぞれ点 G を中心に $\dfrac{\pi}{4}$ だけ回転した点を表す複素数 $w_1,\ w_2,\ w_3$ を求めなさい．

(22 福岡女大 国際文理 6)

【答】
(1) $g = 1 + i$
(2) $w_1 = \left(1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)(1 + i)$，$w_2 = \left(1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)i$，$w_3 = (1 - \sqrt{2}) + i$

【解答】

$$z_1 = 2 + i,\ z_2 = 1,\ z_3 = 2i$$

(1) 複素数平面上の 3 点 A(z_1)，B(z_2)，C(z_3) について，△ABC の重心 G を表す複素数 g は

$$g = \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3} = \frac{(2 + i) + 1 + 2i}{3} = \boldsymbol{1 + i} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

(2) 点 Z(z) を点 G(g) のまわりに $\dfrac{\pi}{4}$ 回転した点 W(w) は

$$w - g = (z - g)\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$
$$\therefore\quad w = g + (z - g)\frac{1 + i}{\sqrt{2}}$$

であるから

$$w_1 = (1 + i) + 1 \cdot \frac{1 + i}{\sqrt{2}} = \boldsymbol{\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(1 + i)}, \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$
$$w_2 = (1 + i) + (-i) \cdot \frac{1 + i}{\sqrt{2}} = (1 + i) + \frac{1 - i}{\sqrt{2}}$$
$$= \boldsymbol{\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)i}, \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$
$$w_3 = (1 + i) + (-1 + i) \cdot \frac{1 + i}{\sqrt{2}} = (1 + i) + \frac{-2}{\sqrt{2}}$$
$$= \boldsymbol{(1 - \sqrt{2}) + i} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．