

$z$  を複素数としたとき、方程式  $|z-3| = 2|z|$  を満たす点  $z$  全体は、複素数平面上的のどのような図形か述べてよ。

(22 秋田県大 システム科技 1(2))

【答】 点  $-1$  を中心とする半径  $2$  の円周全体

【解答】

$$|z-3| = 2|z| \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

①を変形すると

$$\textcircled{1} \iff (z-3)\overline{(z-3)} = 4z\bar{z}$$

$$4z\bar{z} - (z\bar{z} - 3z - 3\bar{z} + 9) = 0$$

$$z\bar{z} + z + \bar{z} - 3 = 0$$

$$(z+1)(\bar{z}+1) = 4$$

$$|z+1|^2 = 4$$

$$\therefore |z+1| = 2$$

よって、点  $z$  全体は

点  $-1$  を中心とする半径  $2$  の円周全体

……(答)

を表す。

- $|z-3| = 2|z|$  のとき

$$|z-3| : |z-0| = 2 : 1$$

であるから、点  $z$  は

2点  $A(3)$ ,  $O(0)$  を  $2:1$  に内分する点  $B(1)$  と外分する点  $C(3)$  を直径の両端とする円 (アポロニウスの円)

をえがいていることが分かる。

