複素数平面上の点 $z=1-\sqrt{3}\,i$ を原点のまわりに $\dfrac{7}{12}\pi$ だけ回転させた後，実軸方向に 2，虚軸方向に $-2\sqrt{2}$ だけ平行移動させた点を w とする．$p,\ q$ を実数として，$w=p+iq$ を表すとき，$p=$ (あ)，$q=$ (い) である．

(22 茨城大 後 工 1(1))

【答】

(あ)	(い)
$2+\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$

【解答】

$$z=1-\sqrt{3}i=2\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$
$$=2\left\{\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right\}$$

点 z を原点のまわりに $\dfrac{7}{12}\pi$ だけ回転させると

$$2\left\{\cos\left(-\frac{\pi}{3}+\frac{7}{12}\pi\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}+\frac{7}{12}\pi\right)\right\}=2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

となる．w はこの点をさらに実軸方向に 2，虚軸方向に $-2\sqrt{2}$ だけ平行移動させた点であるから

$$w=2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)+(2-2\sqrt{2}\,i)$$
$$=(\sqrt{2}+\sqrt{2}\,i)+(2-2\sqrt{2}\,i)$$
$$=2+\sqrt{2}-\sqrt{2}\,i$$

となる．

よって，$w=p+i\,q$ となる $p,\ q$ は

$$\boldsymbol{p=2+\sqrt{2},\quad q=-\sqrt{2}}$$ ……(答)

である．