

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx + 4}{x^2 - x - 2} = 2$  が成り立つように、定数  $a, b$  の値を定めよ.

(22 山形大 工 1(1))

【答】  $a = 4, b = -10$

【解答】

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx + 4}{x^2 - x - 2} = 2 \quad \dots\dots (*)$$

左辺において  $\lim_{x \rightarrow 2}(\text{分母}) = 0$  かつ右辺が有限確定値であることより、 $\lim_{x \rightarrow 2}(\text{分子}) = 0$  であることが必要である.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} (ax^2 + bx + 4) &= 0 \\ 4a + 2b + 4 &= 0 \\ \therefore b &= -2a - 2 \end{aligned}$$

これより

$$\begin{aligned} (\text{左辺}) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 - (2a + 2)x + 4}{x^2 - x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(ax - 2)}{(x - 2)(x + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax - 2}{x + 1} \\ &= \frac{2(a - 1)}{3} \end{aligned}$$

となる. よって

$$\begin{aligned} (*) &\iff \frac{2(a - 1)}{3} = 2 \\ \therefore a &= 4 \end{aligned}$$

よって、求める定数  $a, b$  の値は

$$\mathbf{a = 4, b = -10} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.