次の無限級数が収束するような x の値の範囲を求めよ．

$$\sum_{n=1}^{\infty}(2x^2+3x-1)^n$$

(22 広島市大 後 情報科学 1(3))

【答】 $-2<x<-\dfrac{3}{2}$ または $0<x<\dfrac{1}{2}$

【解答】

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(2x^2+3x-1)^n$ は，初項 $2x^2+3x-1$，公比 $2x^2+3x-1$ の無限等比級数であるから，収束する条件は

$$\begin{aligned}
&\text{初項}:2x^2+3x-1=0 \text{ または 公比}:-1<2x^2+3x-1<1\\
\iff\ &-1<2x^2+3x-1<1\\
\iff\ &\begin{cases}2x^2+3x>0\\2x^2+3x-2<0\end{cases}\\
\iff\ &\begin{cases}x(2x+3)>0\\(x+2)(2x-1)<0\end{cases}\\
\iff\ &\begin{cases}x<-\dfrac{3}{2} \text{ または } 0<x\\-2<x<\dfrac{1}{2}\end{cases}
\end{aligned}$$

まとめると

$$\boldsymbol{-2<x<-\frac{3}{2}} \textbf{ または } \boldsymbol{0<x<\frac{1}{2}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．