

$\int_x^1 f(t) dt = xe^{-x} + c$ を満たす関数 $f(x)$ と定数 c の値を求めなさい.

(22 公立千歳科技大 理工 1(4))

【答】 $f(x) = (x - 1)e^{-x}$, $c = -\frac{1}{e}$

【解答】

$$\int_x^1 f(t) dt = xe^{-x} + c \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

① の辺々を微分すると

$$-f(x) = 1 \cdot e^{-x} + x \cdot (-e^{-x})$$

$$\therefore f(x) = (x - 1)e^{-x} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

である. また, ① において, $x = 1$ とすると

$$0 = 1 \cdot e^{-1} + c \quad \therefore c = -\frac{1}{e} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

である.