n を自然数とする．n 個のサイコロを同時に投げ，出た目の積を M とおく．

(1) M が 2 でも 3 でも割り切れない確率を求めよ．
(2) M が 2 で割り切れるが，3 でも 4 でも割り切れない確率を求めよ．
(3) M が 4 では割り切れるが，3 では割り切れない確率を求めよ．

(22 千葉大 5)

【答】

(1) $\dfrac{1}{3^n}$
(2) $\dfrac{n}{2 \cdot 3^n}$
(3) $\dfrac{2^{n+1}-2-n}{2 \cdot 3^n}$

【解答】

n 個のサイコロの目の出方は 6^n 通りあり，これらは同様に確からしい．

(1) M が 2 でも 3 でも割り切れないのは

「n 個のサイコロの目に 2，3，4，6 が含まれない」

すなわち

「すべての目が 1 または 5 である」

ことであるから，求める確率は

$$\frac{2^n}{6^n} = \boldsymbol{\frac{1}{3^n}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．

(2) M が 2 で割り切れるが，3 でも 4 でも割り切れないのは

「n 個のサイコロの目として 2 は 1 個含まれるが，3，4，6 が含まれない」

すなわち

「一つの目が 2 でその他の目はすべて 1 または 5 である」

ことである．求める確率は

$$\frac{{}_n\mathrm{C}_1 \cdot 1 \cdot 2^{n-1}}{6^n} = \boldsymbol{\frac{n}{2 \cdot 3^n}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．

(3) M が 4 では割り切れるが，3 では割り切れない確率は，M が 3 では割り切れない確率から 4 では割り切れない確率を除けばよい．

M が 3 では割り切れないという条件の下で M が 4 で割り切れないのは，4 の目が出ないで 2 の目が 0 回または 1 回出るときである．この確率は (1)，(2) で計算済みである．求める確率は

$$\frac{4^n}{6^n} - \frac{1}{3^n} - \frac{n}{2 \cdot 3^n} = \boldsymbol{\frac{2^{n+1}-2-n}{2 \cdot 3^n}} \qquad \cdots\cdots(答)$$

である．