

ボタンを1回押すたびに3桁の数字が表示される装置がある。各桁には、ある出現確率で1, 2, 3, 4, 5のいずれかの数字が現れ、3つの数字がすべて一致したときに「あたり」となる。この装置には状態Aと状態Bの2つの状態があり、そのときの状態に従って数字の出現確率がすべての桁で同時に変化する。この状態はボタンを押すたびに決定され、状態Aは $\frac{1}{4}$ 、状態Bは $\frac{3}{4}$ の確率で選ばれる。また、状態Aのときの数字の出現確率は、1の出現確率のみ $\frac{3}{5}$ で、残りの2~5はそれぞれ $\frac{1}{10}$ であり、状態Bのときの数字の出現確率は、1, 2, 3は $\frac{1}{5}$ 、5は $\frac{2}{5}$ で、4は出現しない。

この装置について、以下の確率を求めよ。なお、各設問の答えは解答用紙(省略)の指定欄に既約分数で記入すること。

- (1) 装置の状態が状態Aのとき、ボタンを押して「あたり」が出る確率
- (2) 装置の状態が状態Bのとき、ボタンを押して「あたり」が出る確率
- (3) ボタンを押して「あたり」が出る確率
- (4) ボタンを押して「あたり」が出たときに、装置の状態が状態Aである条件付き確率

(22 関西医大 1)

【答】

- (1)  $\frac{11}{50}$
- (2)  $\frac{11}{125}$
- (3)  $\frac{121}{1000}$
- (4)  $\frac{5}{11}$

【解答】

- (1) 装置の状態が状態A、すなわち、1が出る確率は $\frac{3}{5}$ 、残りの2~5が出る確率はそれぞれ $\frac{1}{10}$ であるとき、ボタンを押して「あたり」が出る確率は

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 + 4 \times \left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{27}{125} + \frac{1}{250} = \frac{11}{50} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (2) 装置の状態が状態B、すなわち、1, 2, 3が出る確率は $\frac{1}{5}$ 、4が出る確率は0、5が出る確率は $\frac{2}{5}$ であるとき、ボタンを押して「あたり」が出る確率は

$$3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 + \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{11}{125} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

- (3) ボタンを押して「あたり」が出るのは

- 状態Aとなり、「あたり」となる
- 状態Bとなり、「あたり」となる

の2通りがあり、これらは排反である。

ボタンを押すたびに装置の状態は確率  $\frac{1}{4}$  で状態 A, 確率  $\frac{3}{4}$  で状態 B に決定されるから、求める確率は

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{11}{50} + \frac{3}{4} \cdot \frac{11}{125} = \frac{55+66}{4 \cdot 2 \cdot 5^3} = \frac{121}{1000} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である。

(4) ボタンを押して「あたり」が出るという事象を  $H$ , 装置の状態が状態 A であるという事象を  $A$  とおくと、求める条件付き確率は

$$\begin{aligned} P_H(A) &= \frac{P(H \cap A)}{P(H)} = \frac{P(A \cap H)}{P(H)} \\ &= \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{11}{50}}{\frac{121}{1000}} \quad (\because (3)) \\ &= \frac{5}{11} \quad \dots\dots(\text{答}) \end{aligned}$$

である。