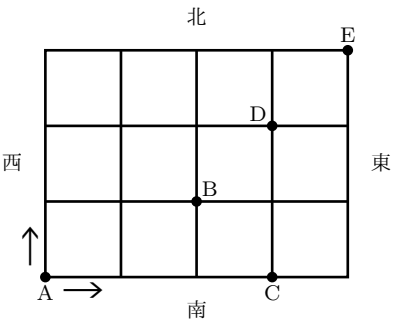
右図のような正方形の区画から構成される道路があり，点 A を出発地点とする.「北」,「東」,「その場に留まる」と書かれた 3 枚のカードから無作為に 1 枚を引き,「北」を引いたら北に向かって 1 区画進み,「東」を引いたら東に向かって 1 区画進み,「その場に留まる」を引いたらその場に留まる．ただし，カードの指示通り移動できない場合にはその場に留まるとする．その後，引いたカードはもとに戻す．この操作を繰り返すとき，次の問に答えよ．



(1) 3 回操作を繰り返したとき，B にいる確率を求めよ．
(2) 5 回操作を繰り返したとき，C を通って点 D にいる確率を求めよ．
(3) 5 回操作を繰り返したとき，B を通らずに点 D にいる確率を求めよ．
(4) 6 回操作を繰り返したとき，D にいる確率を求めよ．
(5) 7 回操作を繰り返したとき，B，C，D のうち 2 つを通って点 E にいる確率を求めよ．

(22 山形大 医・理・農・人文 1)

【答】

(1) $\frac{1}{9}$
(2) $\frac{1}{243}$
(3) $\frac{4}{243}$
(4) $\frac{20}{243}$
(5) $\frac{14}{2187}$

【解答】

(1) 3 回操作を繰り返したとき，B にいるのは,「東」を 2 回,「北」を 1 回引くときである．求める確率は

$$ {}_3\mathrm{C}_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right) = \boldsymbol{\frac{1}{9}} $$ ……(答)

である．

(2) 5 回操作を繰り返したとき，C を通って点 D にいるのは,「東」を 3 回引いた後,「北」を 2 回引くときである．求める確率は

$$ \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \boldsymbol{\frac{1}{243}} $$ ……(答)

である．

(3) 5 回操作を繰り返したとき，点 D にいる確率から，5 回操作を繰り返したとき，B を通って点 D にいる確率を引けばよい．求める確率は

$$ \begin{aligned} &{}_5\mathrm{C}_3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - {}_3\mathrm{C}_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \times {}_2\mathrm{C}_1 \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) \\ &= (10 - 3 \cdot 2)\left(\frac{1}{3}\right)^5 \\ &= \boldsymbol{\frac{4}{243}} \end{aligned} $$ ……(答)

である．

(4) 6 回操作を繰り返したとき，D にいるのは,「東」を 3 回,「北」を 2 回,「その場に留まる」を 1 回引くときである．求める確率は

$$\frac{6!}{3!2!1!}\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{60}{3^6}=\boldsymbol{\frac{20}{243}} \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．

(5) 7 回操作を繰り返したとき，B，C，D のうち 2 つを通って点 E にいるのは

- B，D の 2 つを通って点 E にいる
- C，D の 2 つを通って点 E にいる

のいずれかである．これらは排反であるから，求める確率は

$$\begin{aligned}&{}_3\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)\times{}_2\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\times{}_2\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\\&\quad+\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times{}_2\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\\&=(3\cdot2\cdot2+2)\left(\frac{1}{3}\right)^7\\&=\boldsymbol{\frac{14}{2187}} \quad \cdots\cdots(\text{答})\end{aligned}$$

である．