1 個のさいころを 2 回投げ，1 回目に出た目の数を a，2 回目に出た目の数を b とする．このとき a と b が不等式

$$(\log_2 ab)^2 - 3\log_2 a^2b^2 \geqq -5$$

を満たす確率を求めよ．

(22 富山大 理・工・都市・教育・経済 1(2))

【答】 $\dfrac{1}{9}$

【解答】

$$(\log_2 ab)^2 - 3\log_2 a^2b^2 \geqq -5 \qquad \cdots\cdots ①$$

a，b の目の数の出方は $6^2 = 36$ 通りあり，これらは同様に確からしい．

a，b は 1 以上 6 以下の整数であるから，① において (真数) > 0 は成立している．① を変形すると

$$(\log_2 ab)^2 - 6\log_2 ab + 5 \geqq 0$$
$$(\log_2 ab - 5)(\log_2 ab - 1) \geqq 0$$
$$\log_2 ab \leqq 1 \text{ または } \log_2 ab \geqq 5$$
$$\therefore \quad ab \leqq 2 \text{ または } ab \geqq 2^5$$

a，b の範囲に注意すると

$$ab = 1,\ 2,\ 36$$

であり

$$(a,\ b) = (1,\ 1),\ (1,\ 2),\ (2,\ 1),\ (6,\ 6)$$

の 4 通りがある．よって，求める確率は

$$\frac{4}{36} = \boldsymbol{\frac{1}{9}} \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．