

次の方程式の表す図形を xy 平面上に図示せよ.

$$\log_2 x = \log_4(x + y + 2)$$

(22 弘前大 理工 7(1))

【答】 図略

【解答】

$$\log_2 x = \log_4(x + y + 2) \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

(真数) > 0 より

$$\begin{cases} x > 0 \\ x + y + 2 > 0 \end{cases} \quad \therefore y > -x - 2 \quad (x > 0) \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

であり, $\textcircled{2}$ のとき

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &\iff \log_2 x = \frac{\log_2(x + y + 2)}{\log_2 4} \\ &\iff 2 \log_2 x = \log_2(x + y + 2) \\ &\iff x^2 = x + y + 2 \\ &\therefore y = x^2 - x - 2 \end{aligned}$$

ここで, $y = x^2 - x - 2$ と $y = -x - 2$ のグラフは

$$x^2 - x - 2 = -x - 2 \quad \therefore x^2 = 0$$

から, 点 $(0, -2)$ で接している.

以上から, 方程式 $\textcircled{1}$ をみたす図形は

$$y = x^2 - x - 2 \text{ の } x > 0 \text{ の部分}$$

である. これは $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$ ($x > 0$) と表されることに注意して, 図示すると下図の実線部分となる. 白丸は除く.

