

# 東北学院大学

## 数学

### 問題

2022年度入試

【学部】 工学部

【入試名】 一般選抜前期A日程

【試験日】 2月1日

【試験時間】 120分

【問題解答前の確認事項】

工学部（情報基盤工学科を除く）は、「物理」「化学」から1科目選択。工学部数学（必須「大問1～4」）と合わせて2科目を120分で解答。

工学部情報基盤工学科は、「物理」「化学」「工学部数学（選択「大問5～7」）」から1科目選択。  
工学部数学（必須「大問1～4」）と合わせて2科目を120分で解答。

〔注意〕大問1. 2. は必須問題。大問3. 4. はいずれか1題を選択、情報基盤工学科で物理と化学いずれも選択しない場合は、大問5. 6. 7. すべてに解答。

1 次の各問題の  に適する答えを、解答用紙の所定の欄に記入せよ。

- (i) 循環小数  $0.2022$  を既約分数で表すと  (ア) である。
- (ii) 方程式  $99 \times 0.1^x - 0.01^x + 100 = 0$  をみたす実数  $x$  の値は  (イ) である。
- (iii) 点  $P(-2, -3)$  と点  $Q(4, 3)$  を結ぶ線分  $PQ$  を  $1:2$  に内分する点  $M$  を通り、線分  $PQ$  に直交する直線の方程式は  (ウ) である。

2 円  $C: (x-3)^2 + y^2 = 4$  と直線  $l: y = ax + a + 2$  について、以下の問いに答えよ。ただし円  $C$  の中心を  $M$  とし、 $a$  の値によらず直線  $l$  が通る点を  $A$  とする。

- (i) 直線  $l$  が円  $C$  に接するときの  $a$  の値を求めよ。
- (ii) 線分  $AM$  の長さを求めよ。
- (iii) 点  $A$  から円  $C$  へ接線を 2 本引き、接点を  $x$  座標の大きい方から順に  $P, Q$  とする。このとき、 $\cos \angle PMQ$  の値を求めよ。

3 関数  $f(x) = x^2 - |x^2 - 2x|$  について以下の問いに答えよ。

- (i)  $y = f(x)$  のグラフの概形を描け。
- (ii) 点  $(0, -1)$  を通る直線  $y = mx - 1$  が  $y = f(x)$  と 3 個の共有点をもつための傾き  $m$  の範囲を求めよ。
- (iii)  $y = f(x)$  のグラフと直線  $y = 2x$  で囲まれる部分の面積を求めよ。

4 関数  $f(x) = \frac{\log x}{x}$  ( $x > 0$ ) について以下の問いに答えよ。

- (i)  $f'(x)$  を求め、 $y = f(x)$  のグラフの概形を描け。ただし  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$  を用いてよい。
- (ii) (i) の結果を用いて、 $e^\pi$  と  $\pi^e$  のどちらが大きいかを判定せよ。
- (iii)  $y = f(x)$  のグラフの  $y \geq 0$  の部分、直線  $x = e$ 、および  $x$  軸で囲まれた図形を、 $x$  軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

5 1 個のさいころを 2 回続けて投げるとき、出た目を順に  $a, b$  で表す。以下の問いに答えよ。

- (i)  $\frac{a+b}{a}$  が整数となる場合は何通りか求めよ。
- (ii)  $\frac{ab}{a+b}$  が整数となる場合は何通りか求めよ。
- (iii)  $\frac{ab}{a+b}$  が有限小数ではない循環小数となる場合は何通りか求めよ。

6  $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$  において  $\tan \theta = \frac{4}{3}$  とする。  $a_n = 5^n \cos n\theta$ ,  $b_n = 5^n \sin n\theta$  に関して以下の問いに答えよ。ただし  $n$  を自然数とする。

- (i)  $\cos \theta$ ,  $\sin \theta$  の値を求めよ。
- (ii)  $a_2 + b_2$  の値を求めよ。
- (iii)  $a_{n+1}$ ,  $b_{n+1}$  をそれぞれ  $a_n$ ,  $b_n$  を用いて表せ。

7 円  $T$  に内接する四角形  $ABCD$  があり、各辺の長さは  $AB = 4$ ,  $BC = 2$ ,  $CD = \sqrt{6} - \sqrt{2}$ ,  $DA = 2\sqrt{2}$  である。以下の問いに答えよ。

- (i)  $\angle ABC = \alpha$ ,  $\angle CDA = \beta$  とするとき、 $\cos \beta$  を  $\cos \alpha$  の式で示せ。
- (ii)  $\cos \alpha$  の値、および  $AC$  の長さを求めよ。
- (iii) 円  $T$  の半径、および  $BD$  の長さを求めよ。