

東北学院大学

数学

問題

2022年度入試

【学部】 工学部

【入試名】 一般選抜前期B日程

【試験日】 2月2日

【試験時間】 120分

【問題解答前の確認事項】

工学部（情報基盤工学科を除く）は、「物理」「化学」から1科目選択。工学部数学（必須「大問1～4」）と合わせて2科目を120分で解答。

工学部情報基盤工学科は、「物理」「化学」「工学部数学（選択「大問5～7」）」から1科目選択。
工学部数学（必須「大問1～4」）と合わせて2科目を120分で解答。

〔注意〕大問1. 2. は必須問題。大問3. 4. はいずれか1題を選択、情報基盤工学科で物理と化学いずれも選択しない場合は、大問5. 6. 7. すべてに解答。

1 次の各問題の に適する答えを、解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(i) $5\sin^2 x + 2\cos x - 2$ の $0 \leq x \leq 90^\circ$ における最大値は (ア) である。

(ii) 1個のさいころを3回続けて投げるとき、出た目を順に a, b, c とする。このとき、 $a < b < c$ となる確率は (イ) である。

(iii) 2つのベクトル $\vec{a} = (x-4, 3)$, $\vec{b} = (2, 2x+3)$ が平行であるとき、 $x =$ (ウ) である。

2 不等式 $2\log_x y + \log_y x^{-2} - 3 \geq 0$ で表される xy 平面上の領域を求めたい。以下の問いに答えよ。

(i) $t = \log_x y$ とする。このとき、不等式の左辺を t の式で表せ。

(ii) 下の表の (A), (B), (C), (D) に当てはまる (i) における t の符号をそれぞれ答えよ。ただし解答用紙に記号 (A), (B), (C), (D) を書き、「(A)+」や「(A)-」のように記述すること。

	$0 < x < 1$	$x > 1$
$0 < y < 1$	(A)	(B)
$y > 1$	(C)	(D)

表の見方の例：(A)は $0 < x < 1$ かつ $0 < y < 1$ の場合を表す。

(iii) $0 < x < 1$ かつ $0 < y < 1$ のとき、不等式が表す領域を xy 平面上に図示せよ。

3 関数 $f(x) = 2x^2 - |3x - 1| + 1$ について以下の問いに答えよ。

(i) $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。

(ii) $-1 \leq x \leq 1$ において、 $f(x)$ の最大値・最小値とそのときの x の値をそれぞれ求めよ。

(iii) $-1 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最大値を a とするとき、直線 $y = a$ と曲線 $y = f(x)$ で囲まれる部分の面積の和を求めよ。

4 関数 $f(x) = \sqrt{|x^2 - 4|}$ について以下の問いに答えよ。

(i) $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。

(ii) $y = f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれる部分の面積を求めよ。

(iii) $x \geq 2$ の範囲で $y = f(x)$ のグラフ、直線 $x = 4$ 、および x 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積を求めよ。

5 $\triangle OAB$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{4}$ とする。辺 AB を $3:1$ に内分する点を H とし、 $OA = t$ とする。 \overrightarrow{OH} と \overrightarrow{AB} が直交するとき、以下の問いに答えよ。

(i) \overrightarrow{OH} を \vec{a} , \vec{b} で表せ。

(ii) $|\vec{b}|^2$ を t で表せ。

(iii) 問題訂正のため削除

6 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = -1, a_{n+1} = a_n + (-1)^{n+1}(n+1), n = 1, 2, \dots$$

このとき、以下の問いに答えよ。

(i) a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 の値を求めよ。

(ii) $\sum_{k=1}^{35} a_k$ の値を求めよ。

(iii) $\sum_{k=1}^{35} |a_k|$ の値を求めよ。

7 以下の問いに答えよ。

(i) 304 と 308 の最大公約数 d を求めよ。

(ii) (i) で求めた d の値に対し、 $304x + 308y = d$ をみたす整数の組 (x, y) をひとつ求めよ。

(iii) (i) で求めた d の値に対し、 $304x + 308y = d$ をみたす整数 x, y の組をすべて求めよ。