

東北学院大学

数学

問題

2022年度入試

【学部】 文学部、経済学部、経営学部、法学部、教養学部

【入試名】 一般選抜前期A日程

【試験日】 2月1日

【試験時間】 120分

【問題解答前の確認事項】

文学部・教養学部（情報科学科除く）は、「国語」「政治・経済」「日本史」「世界史」「地理」「数学」から2科目を120分で解答。「日本史」「世界史」「地理」はいずれか1科目のみ選択可

経済学部・経営学部・法学部は、「国語」「政治・経済」「日本史」「世界史」「地理」「数学」「簿記・会計」から2科目を120分で解答。「日本史」「世界史」「地理」はいずれか1科目のみ選択可。

教養学部情報科学科は、「国語」「政治・経済」「日本史」「世界史」「地理」「数学」「物理」「化学」から2科目を120分で解答。「日本史」「世界史」「地理」はいずれか1科目のみ選択可。「物理」「化学」はいずれか1科目のみ選択可。

《解答にさいしての注意》

- 1 は必須問題である。全員が解答すること。
- 2 ～ 6 は選択問題である。2つを選んで解答し、選択した問題番号は解答用紙に明示すること。
3. 解答用紙には、答えだけでなく途中の計算も書くこと。

1 次の問いに答えよ。

- (i) 方程式 $|x + 1| - |x - 1| = x$ を解け。
- (ii) 不等式 $x^2 + 14x - 13 < 0$ の整数解の個数を求めよ。
- (iii) 命題「 x は有理数かつ y は無理数 $\implies xy$ は無理数」は偽である。このことを示す反例をあげよ。
- (iv) 三角形 ABC において、 $\angle BAC = 60^\circ$ 、 $AB = 7$ 、 $AC = 5$ であるとき、 $\sin \angle ABC$ の値を求めよ。

2 2次関数 $f(x) = -x^2 + 2\sqrt{2}x + 1$ について、次の問いに答えよ。

- (i) $-1 \leq x \leq 2$ のとき、 $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。
- (ii) $-1 \leq x \leq 2$ のとき、関数 $y = |f(x)| - 3$ の最大値と最小値を求めよ。

3 実数 a 、 b が $a > b > 1$ と $\log_a b + \log_b a = 3$ を満たすとき、次の問いに答えよ。

- (i) $(\log_a b)(\log_b a)$ の値を求めよ。
- (ii) $\log_a b - \log_b a$ の値を求めよ。

4 関数 $f(x) = x^3 - x^2$ について、次の問いに答えよ。

- (i) x が a から b まで変化するときの関数 $f(x)$ の平均変化率を求めよ。ただし、 $a < b$ とする。
- (ii) x が 1 から 2 まで変化するときの関数 $f(x)$ の平均変化率が、 $x = c$ における微分係数 $f'(c)$ に一致するとき、 c の値を求めよ。ただし、 $1 < c < 2$ とする。

5 1辺の長さ4の立方体 ABCD-EFGH において、辺 EH 上の点 P を $EP : PH = 1 : 3$ となるようにとる。このとき、次の問いに答えよ。

- (i) $\angle APF = \theta$ とおくとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (ii) 三角形 APF の面積 S を求めよ。
- (iii) 四面体 AEPF の頂点 E から平面 AFP に下ろした垂線 EI の長さを求めよ。

6 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 2$ 、 $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{1}{a_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定める。

このとき、次の問いに答えよ。

- (i) すべての自然数 n について、 $a_n \geq \sqrt{2}$ を示せ。
- (ii) すべての自然数 n について、 $a_{n+1} \leq a_n$ を示せ。