

東北学院大学

数学

問題

2022年度入試

【学部】 文学部、経済学部、経営学部、法学部、教養学部

【入試名】 一般選抜前期B日程

【試験日】 2月2日

【試験時間】 120分

【問題解答前の確認事項】

文学部・教養学部（情報科学科除く）は、「国語」「政治・経済」「日本史」「世界史」「地理」「数学」から2科目を120分で解答。「日本史」「世界史」「地理」はいずれか1科目のみ選択可。

経済学部・経営学部・法学部は、「国語」「政治・経済」「日本史」「世界史」「地理」「数学」「簿記・会計」から2科目を120分で解答。「日本史」「世界史」「地理」はいずれか1科目のみ選択可。

教養学部情報科学科は、「国語」「政治・経済」「日本史」「世界史」「地理」「数学」「物理」「化学」から2科目を120分で解答。「日本史」「世界史」「地理」はいずれか1科目のみ選択可。「物理」「化学」はいずれか1科目のみ選択可。

《解答にさいしての注意》

- 1 は必須問題である。全員が解答すること。
- 2 ～ 6 は選択問題である。2つを選んで解答し、選択した問題番号は解答用紙に明示すること。
3. 解答用紙には、答えだけでなく途中の計算も書くこと。

1 次の問いに答えよ。

- (i) $x + \frac{1}{x} = 5$ のとき、 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ の値を求めよ。
- (ii) 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフを x 軸方向に -1 、 y 軸方向に 3 だけ平行移動し、さらに y 軸に関して対称移動して得られる曲線の方程式が $y = 2x^2 - 12x - 17$ であるとき、定数 a 、 b 、 c の値を求めよ。
- (iii) 2直線 $y = \sqrt{3}x + 1$ 、 $y = -x + 1$ のなす角 θ の値を求めよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ とする。
- (iv) 命題「ある実数 x について、 $x^2 = 2x$ が成り立つ」の否定を述べ、その真偽を調べよ。

2 t を実数とし、集合 A 、 B を

$$A = \{x \mid x^2 - 2tx + t^2 - 9 \leq 0, x \text{ は実数}\}, \quad B = \{x \mid -2 \leq x \leq 2, x \text{ は実数}\}$$

で定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (i) $A \cap B = \emptyset$ となるような t の値の範囲を求めよ。ただし、 \emptyset は空集合を表す。
- (ii) $A \cup B$ に属する整数が 8 個となる t の値の範囲を求めよ。

3 次の問いに答えよ。

- (i) 正の実数 a 、 b 、 c 、 d が $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$ 、 $ab = cd$ を満たすならば、

$$\begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases} \quad \text{または} \quad \begin{cases} a = d \\ b = c \end{cases} \quad \text{であることを示せ。}$$

- (ii) 三角形 ABC と三角形 $A'B'C'$ が $\angle BCA = \angle B'C'A' = 90^\circ$ 、 $AB = A'B'$ を満たし、さらに面積が等しいならば、2つの三角形は合同であることを示せ。

4 関数 $y = x^3 + 2x^2 + 5x + 3$ のグラフと関数 $y = 2x^3 - x^2 - 4x + a$ のグラフが相異なる3点で交わるような定数 a の値の範囲を求めよ。

5 1から9までの番号をつけた9枚のカードから同時に3枚を取り出し、その3枚の番号の和を x 、積を y とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (i) x が 10 である確率を求めよ。
- (ii) y が 48 である確率を求めよ。
- (iii) x が偶数である確率を求めよ。
- (iv) y が 3 の倍数である確率を求めよ。

6 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_{n+2} = 3a_n + 4$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定める。

このとき、次の問いに答えよ。

- (i) a_3 , a_4 を求めよ。
- (ii) n が偶数のとき、 a_n を n の式で表せ。
- (iii) a_n の一般項を求めよ。