

# 数 学

12 : 20 ~ 14 : 00

## 注 意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題紙を開いてはならない。
  2. 問題紙は3ページある。
  3. 解答用紙は
 

解答用紙番号
数学0—1

 (問 $\boxed{1}$ )用),
 

解答用紙番号
数学0—2

 (問 $\boxed{2}$ )用),
 

解答用紙番号
数学0—3

 (問 $\boxed{3}$ )用),
 

解答用紙番号
数学0—4

 (問 $\boxed{4}$ )用)
- の4枚である。
4. 解答用紙は4枚とも全部必ず提出せよ。
  5. 受験番号および座席番号(上下2箇所)は、監督者の指示に従って、すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入せよ。
  6. 各問に対する解答は、それぞれ3で指定された解答用紙に記入せよ。  
ただし、裏面を使用してはならない。
  7. 必要以外のことを解答用紙に書いてはならない。
  8. 問題紙の余白は下書きに使用してもさしつかえない。
  9. 下書き用紙は回収しない。

## 解 答 上 の 注 意

採点時には、結果を導く過程を重視するので、必要な計算・論証・説明などを省かずに解答せよ。

1 整数  $a, b, c$  に対し,  $S = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$  とおく。

(1)  $a + b + c = 0$  のとき,  $S = 0$  であることを示せ。

(2)  $S = 2022$  をみたす整数  $a, b, c$  は存在しないことを示せ。

(3)  $S = 63$  かつ  $a \leq b \leq c$  をみたす整数の組  $(a, b, c)$  をすべて求めよ。

2  $a, b, c$  を正の実数とし, 次の連立不等式 ① と連立不等式 ② を考える。

$$\begin{cases} ay + bx < (6c - 3)ab \\ ay - bx < (6c - 3)ab \\ y > (2 - 3c)b \end{cases} \cdots \cdots \text{①} \qquad \begin{cases} ay + bx > -ab \\ ay - bx > -ab \\ y < b \end{cases} \cdots \cdots \text{②}$$

(1)  $c = 1$  のとき, ① をみたすが ② をみたさない実数の組  $(x, y)$  が定める領域を  $xy$  平面上に図示せよ。

(2)  $c > \frac{5}{9}$  のとき, 命題「実数の組  $(x, y)$  が ① をみたすならば, ② もみたす」が真となるための,  $a, b, c$  に関する必要十分条件を求めよ。

3  $a$  を実数とし、 $xy$  平面上に点  $A(a, 8)$  および点  $B(2, 4)$  をとる。 $xy$  平面上に直線  $l$  をとり、 $l$  に関して点  $A, B$  と対称な点をそれぞれ  $P, Q$  とおく。

- (1) 点  $Q$  が  $y$  軸上の点  $(0, 2b+4)$  であるとき、直線  $l$  の方程式を、 $b$  を用いて表せ。
- (2) 点  $P$  が  $x$  軸上に、点  $Q$  が  $y$  軸上にあるような直線  $l$  がちょうど 3 本存在する  $a$  の範囲を求めよ。

4  $a$  は 0 でない複素数で、 $0 \leq \arg a < \frac{\pi}{4}$  をみたすものとする。複素数平面上の点  $A(-a^2 + 2ia)$ 、点  $B(-1)$  と原点  $O$  に対し、点  $B$  を通り、 $\angle ABO$  を 2 等分する直線を  $l$  とする。ただし、 $i$  は虚数単位とする。

- (1)  $t$  を正の実数、 $z$  を複素数とする。点  $P(z)$  は直線  $l$  上にあり、 $BP = t$  かつ  $z$  の虚部は 0 以上とする。このとき、 $z$  を  $a$  と  $t$  で表せ。
- (2)  $a$  は  $\left| a - \left( 2 + \frac{i}{2} \right) \right| = \frac{1}{2}$  をみたして動くとする。直線  $l$  と原点  $O$  との距離が最小となる  $a$  を求めよ。

R—4 ㊦

受験番号	B						
------	---	--	--	--	--	--	--

解答用紙番号
数学0—1

42—0—1

1

4枚の解答用紙と4枚の下書き用紙がある。  
下書き用紙は回収しない。

座席番号			
------	--	--	--

(下の座席番号欄にも)  
記入すること。

数 学 解 答 用 紙  
(裏面を使用してはならない)

※ 採点欄

R—4 ㊦

選抜区分
B

注意

1. この欄の座席番号も必ず記入すること。
2. ※採点欄・採点表には何も記入しないこと。

解答用紙番号
数学0—1

42—0—1

座席番号

10 11 12

※採点表
問題1
0

13 14 15

R-4 (B)

受験番号	B						
------	---	--	--	--	--	--	--

解答用紙番号
数学0-2

42-0-2

2

座席番号			
------	--	--	--

(下の座席番号欄にも) 記入すること。

数学解答用紙  
(裏面を使用してはならない)

※ 採点欄

R-4 (B)

選抜区分
B

注意

- この欄の座席番号も必ず記入すること。
- ※採点欄・採点表には何も記入しないこと。

解答用紙番号
数学0-2

42-0-2

座席番号

10 11 12

※採点表
問題2
0

13 14 15

R-4 ③

受験番号	B								
------	---	--	--	--	--	--	--	--	--

解答用紙番号
数学0-3

42-0-3

3

座席番号			
------	--	--	--

(下の座席番号欄にも記入すること。)

数学解答用紙  
(裏面を使用してはならない)

※採点欄

R-4 ③

選抜区分
B

注意

1. この欄の座席番号も必ず記入すること。
2. ※採点欄・採点表には何も記入しないこと。

解答用紙番号
数学0-3

42-0-3

座席番号

10 11 12

※採点表
問題3
0

13 14 15

R-4 (B)

受験番号	B						
------	---	--	--	--	--	--	--

解答用紙番号
数学0-4

42-0-4

4

数学解答用紙  
(裏面を使用してはならない)

座席番号			
------	--	--	--

(下の座席番号欄にも) 記入すること。

※ 採点欄

R-4 (B)

選抜区分
B

注意

1. この欄の座席番号も必ず記入すること。
2. ※採点欄・採点表には何も記入しないこと。

解答用紙番号
数学0-4

42-0-4

座席番号

10 11 12

※採点表
問題4
0

13 14 15