

不等式 $\sin \theta - \frac{\tan \theta}{2} > 0$ を解きなさい。ただし $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

(22 福島大 人間発達文化 1(2))

【答】 $-\frac{\pi}{2} < \theta < -\frac{\pi}{3}$, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$

【解答】

$$\sin \theta - \frac{\tan \theta}{2} > 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

① を整理すると

$$\begin{aligned} \sin \theta - \frac{\sin \theta}{2 \cos \theta} &> 0 \\ \frac{\sin \theta(2 \cos \theta - 1)}{2 \cos \theta} &> 0 \end{aligned}$$

$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ より, $2 \cos \theta > 0$ であるから

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &\iff \begin{cases} \sin \theta > 0 \\ \cos \theta > \frac{1}{2} \end{cases} \text{ または } \begin{cases} \sin \theta < 0 \\ \cos \theta < \frac{1}{2} \end{cases} \\ &\iff \begin{cases} 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \\ 0 < \theta < \frac{\pi}{3} \end{cases} \text{ または } \begin{cases} -\frac{\pi}{2} < \theta < 0 \\ -\frac{\pi}{2} < \theta < -\frac{\pi}{3} \end{cases} \text{ または } \frac{\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

よって, 求める解は

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < -\frac{\pi}{3}, \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{3} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.