

直交座標  $(x, y)$  の原点  $O$  を極とし,  $x$  軸 ( $x \geq 0$ ) の半直線を偏角  $\theta$  の始線とする極座標  $(r, \theta)$  において, 極方程式  $r = 4 \cos \theta$  で表される曲線を, 直交座標  $(x, y)$  における  $x$  と  $y$  の方程式として表しなさい. なお,  $\theta$  の向きは反時計回りを正の向きとする.

(22 公立千歳科技大 中期 理工 1(2))

【答】  $(x - 2)^2 + y^2 = 4$

【解答】

$$r = 4 \cos \theta \quad \cdots \cdots (*)$$

極座標  $(r, \theta)$  と直交座標  $(x, y)$  について

$$x^2 + y^2 = r^2, \quad x = r \cos \theta$$

という関係が成り立つ.

$r \neq 0$  のとき

$$(*) \iff r^2 = 4r \cos \theta \iff x^2 + y^2 = 4x \quad \cdots \cdots (**)$$

$r = 0$  のとき

$x^2 + y^2 = 0$ , すなわち  $x = y = 0$  であり, これは  $(**)$  に含まれる.

よって, 求める方程式は

$$(x - 2)^2 + y^2 = 4 \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

である.