

x を正の実数とする。座標平面上の2つのベクトル,

$$\vec{a} = (3, -1), \quad \vec{b} = (x, 2)$$

に対して、 $\vec{a} + 2\vec{b}$ と $\vec{a} - \vec{b}$ が垂直であるとする。このとき、 $x = \boxed{\text{(ち)}}$ である。

(22 茨城大 後工 2(5))

【答】

(ち)
$\frac{3}{2}$

【解答】

$$\vec{a} = (3, -1), \quad \vec{b} = (x, 2)$$

より

$$\vec{a} + 2\vec{b} = (2x + 3, 3),$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (-x + 3, -3)$$

である。 $(\vec{a} + 2\vec{b}) \perp (\vec{a} - \vec{b})$ であるから

$$(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$$

$$(2x + 3) \times (-x + 3) + 3 \times (-3) = 0$$

$$-2x^2 + 3x = 0$$

$$-2x \left(x - \frac{3}{2} \right) = 0$$

$x > 0$ であるから

$$x = \frac{3}{2}$$

……(答)

である。