

## 令和4年度 入学者選抜学力試験（前期）

# 数 学

### 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子と解答冊子を開かないでください。
2. 問題は必須問題と選択問題に分かれています。
3. 必須問題は2問あり、それらは1ページにあります。選択問題は問題範囲ごとにそれぞれ2問ずつあります。数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学Bの問題は2ページに、数学Ⅲの問題は3ページにあります。
4. 解答冊子は、必須問題用と選択問題用の2冊に分かれています。それぞれの解答冊子の表紙の所定欄に氏名と受験番号をはっきりと記入してください。
5. 選択問題は解答する問題範囲を選び、選択問題用解答冊子の表紙の解答問題欄の選択欄に○印を記入してください。○印を記入していない場合、または複数の選択欄に○印を記入した場合は、0点となります。
6. 計算用紙は、解答冊子の中にとじてあります。
7. 試験中に問題冊子や解答冊子の印刷不明瞭、ページの落丁・乱丁、汚れ等に気がついた場合は、静かに手を挙げて監督員に知らせてください。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。
9. 解答時間は120分です。
10. 問題ごとに配点が記されています。

## 必須問題

I  $0 < x < 2$  を満たす実数  $x$  に関する 2 つの条件

$$p: 2\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} - 9\left(\frac{1}{4}\right)^x + 1 < 0$$

$$q: \cos\left(\frac{\pi}{2x+1}\right) \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{2x+1}\right) - \frac{1}{2} \right\} \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{2x+1}\right) + 2 \right\} < 0$$

について、以下の問いに答えよ。（配点 75 点）

問 1 条件  $p$  を満たす  $x$  の範囲を求めよ。

問 2 条件  $q$  を満たす  $x$  の範囲を求めよ。

問 3 命題  $p \Rightarrow q$  の真偽を調べよ。また、命題  $p \Rightarrow q$  の裏を述べ、その真偽を調べよ。

II 関数  $f(x) = |4x^3 - 3x|$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) について、以下の問いに答えよ。（配点 75 点）

問 1  $y = f(x)$  のグラフを座標平面上にかけ。

問 2 曲線  $y = f(x)$  と直線  $y = x$  で囲まれた 2 つの部分の面積の和を求めよ。

問 3  $0 \leq x \leq 1$  において、 $-x + |4x^3 - 3x|$  の最大値および最小値と、そのときの  $x$  の値をそれぞれ求めよ。

必須問題は、このページで終りである。

## 選択問題 (数学 I ・ 数学 II ・ 数学 A ・ 数学 B)

I  $a, b$  は実数とする. 実数  $x$  に対し,

$$P(x) = \{\log_2(x^2 + 4)\}^2 - 2(a + b) \log_2(x^2 + 4) + 2ab + 4$$

とする. 以下の問いに答えよ. (配点 75 点)

問 1  $\log_2(x^2 + 4)$  の最小値を求めよ. また,  $P(x)$  の最小値を  $a$  と  $b$  を用いて表せ. ただし, いずれの場合もそれを満たす  $x$  の値を求める必要はない.

問 2  $a = b = 2$  とする. このとき,  $P(x) = 0$  の実数解をすべて求めよ.

問 3 方程式  $P(x) = 0$  が相異なる 4 つの実数解をもつとき, 点  $(a, b)$  が存在する領域を座標平面上に図示せよ.

II 自然数  $n$  に対して, 整式  $f_n(x)$  を次の条件によって定める.

$$f_1(x) = 1, \quad f_2(x) = x, \quad f_n(x) = x f_{n-1}(x) - f_{n-2}(x) \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

以下の問いに答えよ. (配点 75 点)

問 1  $f_5(x)$  を, 2 つの 2 次式の積の形に因数分解せよ. また, 方程式  $f_5(x) = 0$  を解け.

問 2  $0 < \theta < \pi$  のとき,  $f_n(2 \cos \theta) = \frac{\sin n\theta}{\sin \theta}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) であることを証明せよ.

問 3  $n \geq 2$  のとき, 方程式  $f_n(x) = 0$  のすべての解を,  $n$  と三角関数を用いて表せ.

数学 I ・ 数学 II ・ 数学 A ・ 数学 B の問題は,  
このページで終りである.

## 選択問題 (数学 III)

- I**  $f(x) = e^{x^2} - 1$  とする. 曲線  $y = f(x)$  を  $y$  軸を回転軸として 1 回転させてできる形の容器に, 体積  $V$  の水を入れたときの水面の高さを  $h$ , 水面の面積を  $S$  とする. ただし, 水面は回転軸と垂直とし,  $V = 0$  のとき  $h = 0$  とする. 以下の問いに答えよ. (配点 75 点)

問 1 曲線  $y = f(x)$  の概形を座標平面上にかけ.

問 2  $S$  と  $V$  を,  $h$  を用いてそれぞれ表せ.

問 3 時刻  $t$  における容器内の水の体積  $V$  が  $V = t$  となるように, この容器に水を注ぎ入れる. ただし,  $t \geq 0$  とする.  $h > 0$  のとき, 水面の上昇する速度を  $h$  を用いて表せ.

- II** 座標平面上において,  $y = \cos \frac{\pi}{x}$  ( $2 < x \leq 4$ ) で与えられる曲線を  $C$  とする. 以下の問いに答えよ. (配点 75 点)

問 1 曲線  $C$  上の点  $\left(3, \frac{1}{2}\right)$  における接線の方程式を求めよ.

問 2 曲線  $C$  の概形を座標平面上にかけ.

問 3  $a$  を 1 以上の実数とする. 次の不等式が成り立つことを示せ.

$$\cos \frac{\pi}{3 + \frac{1}{a}} < \frac{a+1}{2a}$$

数学 III の問題は, このページで終りである.