等式 $\dfrac{a}{\sqrt{3}}+\dfrac{b}{\sqrt{3}+1}=1$ を満たす有理数 $a,\ b$ を求めよ．ただし，$\sqrt{3}$ が無理数であることは証明なしに用いてよい．

(23 東北学院大 文系・情報 B 1(2))

【答】 $a=3,\ b=-2$

【解答】

$$\frac{a}{\sqrt{3}}+\frac{b}{\sqrt{3}+1}=1$$

分母を払って式を整理すると

$$a(\sqrt{3}+1)+b\sqrt{3}=\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)$$

$$\therefore\quad a+(a+b)\sqrt{3}=3+\sqrt{3}$$

$a,\ b$ は有理数で，$\sqrt{3}$ は無理数であるから

$$\begin{cases}a=3\\ a+b=1\end{cases}$$

$$\therefore\quad \boldsymbol{a=3,\quad b=-2}$$ ……(答)

である．