関数 $f(x) = \dfrac{x+|x|}{2}$ について，次の問いに答えよ．

(i) この関数のグラフと放物線 $y=-x^2+6$ との交点の座標を求めよ．

(ii) 不等式 $-2x^2+12 \leqq x+|x|$ を満たす x の値の範囲を求めよ．

(23 東北学院大 文系・情報 B 2)

【答】

(i) $\left(-\sqrt{6},\ 0\right)$，$(2,\ 2)$

(ii) $x \leqq -\sqrt{6}$ または $2 \leqq x$

【解答】

$$f(x)=\frac{x+|x|}{2}=\begin{cases}0 & (x \leqq 0 \text{ のとき})\\ x & (x \geqq 0 \text{ のとき})\end{cases}$$

(i) $g(x)=-x^2+6$ とおく．$y=f(x)$ と $y=g(x)$ の交点の x 座標は

$$\frac{x+|x|}{2}=-x^2+6 \qquad \cdots\cdots ①$$

の解である．

(ア) $x \leqq 0$ のとき

$$① \iff 0=-x^2+6$$

$x \leqq 0$ であるから

$$x=-\sqrt{6}$$

(イ) $x \geqq 0$ のとき

$$① \iff x=-x^2+6$$
$$x^2+x-6=0$$
$$(x+3)(x-2)=0$$

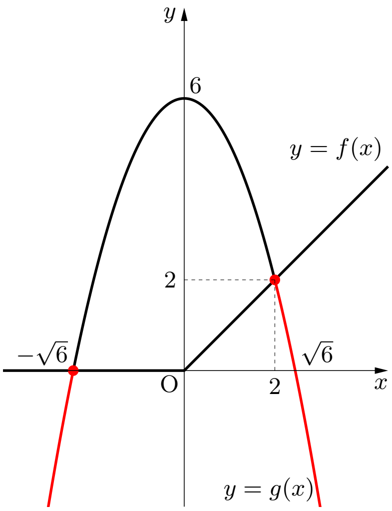
$x \geqq 0$ であるから

$$x=2$$

よって，交点の座標は

$$\left(-\sqrt{6},\ 0\right),\quad (2,\ 2) \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．



(ii) 辺々を 2 で割ると，与えられた不等式は

$$g(x) \leqq f(x)$$

であり，上のグラフより解は

$$x \leqq -\sqrt{6} \text{ または } 2 \leqq x \qquad \cdots\cdots(\text{答})$$

である．