

2次関数 $y = x^2 - 2x + 26$ のグラフを

- (i) 原点に関して対称移動する.
- (ii) x 軸方向に $-\frac{1}{2}$ 平行移動する.
- (iii) $y = \alpha$ に関して対称移動する.

の順で移動したグラフは $y = x^2 + 3x + 12$ と表される. このとき, α の値を求めなさい.

(23 福島大 後 食農 1(4))

【答】 $\alpha = -\frac{61}{8}$

【解答】

$$y = x^2 - 2x + 26 \quad \dots\dots \textcircled{0}$$

$\textcircled{0}$ のグラフを C_0 とおく.

$$C_0 : y = (x - 1)^2 + 25$$

(i) C_0 を原点に関して対称移動したグラフを C_1 とおくと

$$C_1 : -y = (-x - 1)^2 + 25$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 - 25$$

となる. さらに

(ii) C_1 を x 軸方向に $-\frac{1}{2}$ 平行移動したグラフを C_2 とおくと

$$C_2 : y = -\left\{\left(x + \frac{1}{2}\right) + 1\right\}^2 - 25$$

$$\therefore y = -\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 25$$

となる. 最後に

(iii) C_2 を $y = \alpha$ に関して対称平行移動したグラフを C_3 とおくと

$$C_3 : 2\alpha - y = -\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 25$$

$$\therefore y = 2\alpha + \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 25$$

$$\therefore y = x^2 + 3x + 2\alpha + \frac{9}{4} + 25$$

C_3 のグラフは $y = x^2 + 3x + 12$ と表されるから

$$2\alpha + \frac{9}{4} + 25 = 12 \quad \therefore \alpha = -\frac{61}{8} \quad \dots\dots(\text{答})$$

である.