U を全体集合とし，A, B, C を U の部分集合とする．U の部分集合 X に対して，X の補集合を $\overline{X}$ で表す．

(1) U, A, B, C の関係を図 1 のように表すと，例えば，$A \cap (B \cup C)$ は A と $B \cup C$ の共通部分で，$B \cup C$ は図 2 の斜線部分なので，$A \cap (B \cup C)$ は図 3 の斜線部分となる．

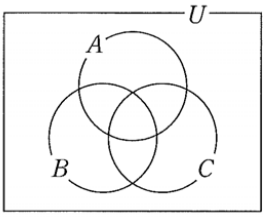


図　1

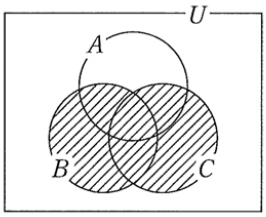


図　2

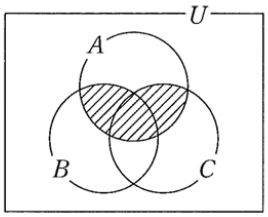
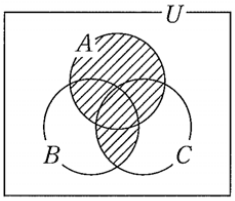


図　3

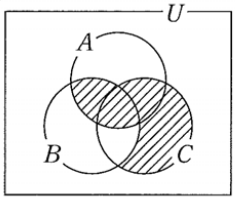
このとき，$(A \cap \overline{C}) \cup (B \cap C)$ は $\boxed{\text{サ}}$ の斜線部分である．

$\boxed{\text{サ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ．

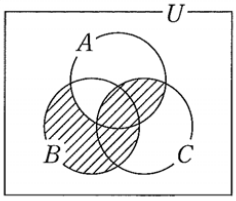
⓪



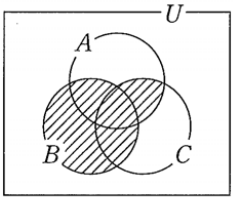
①



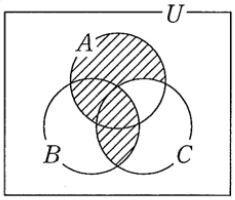
②



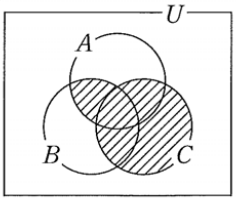
③



④



⑤



(2) 全体集合 U を

$$U = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$$

とする．また，U の部分集合 A, B を次のように定める．

$$A = \{0,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 9\}, \quad B = \{1,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9\}$$

(1) このとき

$$A \cap B = \left\{ \boxed{\text{シ}},\ \boxed{\text{ス}},\ \boxed{\text{セ}} \right\}$$
$$\overline{A} \cap B = \left\{ \boxed{\text{ソ}},\ \boxed{\text{タ}},\ \boxed{\text{チ}} \right\}$$

である．ただし

$$\boxed{\text{シ}} < \boxed{\text{ス}} < \boxed{\text{セ}},\quad \boxed{\text{ソ}} < \boxed{\text{タ}} < \boxed{\text{チ}}$$

とする．

(2) U の部分集合 C は

$$(A \cap \overline{C}) \cup (B \cap C) = A$$

を満たすとする．このとき，次のことが成り立つ．

- $\overline{A} \cap B$ の $\boxed{\text{ツ}}$.
- $A \cap \overline{B}$ の $\boxed{\text{テ}}$.

$\boxed{\text{ツ}}$, $\boxed{\text{テ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい.）

(1) すべての要素は C の要素である
(2) どの要素も C の要素ではない
(3) 要素には，C の要素であるものと，C の要素でないものがある

(23 共通テスト 本試験 I 1[2])

【答】

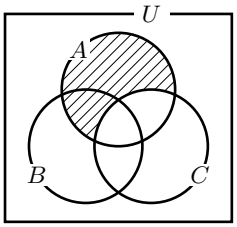
サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ
4	3	6	9	1	5	7	1	1

【解答】

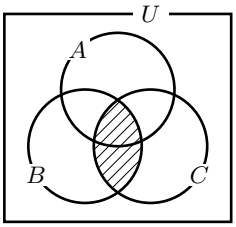
(1) $(A \cap \overline{C}) \cup (B \cap C)$ は $A \cap \overline{C}$ と $B \cap C$ の和集合で，$A \cap \overline{C}$ は左図の斜線部分，$B \cap C$ は中図の斜線部分なので

$(A \cap \overline{C}) \cup (B \cap C)$ は **右図の斜線部分** ④ ……(答)

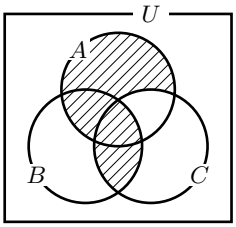
となる．



$A \cap \overline{C}$



$B \cap C$



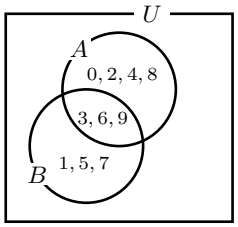
$(A \cap \overline{C}) \cup (B \cap C)$

(2) $U = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

$A = \{0,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 9\}$

$B = \{1,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9\}$

(i) $A,\ B$ の要素をベン図に書き込むと右図となるから



$A \cap B = \mathbf{\{3,\ 6,\ 9\}}$ ……(答)

$\overline{A} \cap B = \mathbf{\{1,\ 5,\ 7\}}$ ……(答)

である．

(ii) $(A \cap \overline{C}) \cup (B \cap C) = A$

を満たすとき，(1) のベン図より

$$(*) \begin{cases} \overline{A} \cap B \cap C = \emptyset \\ A \cap \overline{B} \cap C = \emptyset \end{cases}$$

である．したがって

- $\overline{A} \cap B$ の **どの要素も C の要素ではない** ① ……(答)
- $A \cap \overline{B}$ の **どの要素も C の要素ではない** ① ……(答)

が成り立つ．

- 図より $(*)$ が成り立つとしたが，次のようにして示すこともできる．
  一般に

$$X = A \iff \begin{cases} X \subset A \\ A \subset X \end{cases} \iff \begin{cases} X \cap \overline{A} = \emptyset \\ \overline{X} \cap A = \emptyset \end{cases}$$

が成り立つ．$X = (A \cap \overline{C}) \cup (B \cap C)$ とおくと

$$\begin{aligned} X \cap \overline{A} &= \{(A \cap \overline{C}) \cup (B \cap C)\} \cap \overline{A} \\ &= \{(A \cap \overline{C}) \cap \overline{A}\} \cup \{(B \cap C) \cap \overline{A}\} \quad (\because \text{ 分配則}) \\ &= \emptyset \cup (\overline{A} \cap B \cap C) \\ &= \overline{A} \cap B \cap C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{X} \cap A &= \overline{\{(A \cap \overline{C}) \cup (B \cap C)\}} \cap A \\ &= \{\overline{(A \cap \overline{C})} \cap \overline{(B \cap C)}\} \cap A \quad (\because \text{ ド・モルガンの法則}) \\ &= (\overline{A} \cup C) \cap (\overline{B} \cup \overline{C}) \cap A \quad (\because \text{ ド・モルガンの法則}) \\ &= \{(\overline{A} \cap A) \cup (C \cap A)\} \cap (\overline{B} \cup \overline{C}) \quad (\because \text{ 分配則}) \\ &= (A \cap C) \cap (\overline{B} \cup \overline{C}) \\ &= \{(A \cap C) \cap \overline{B}\} \cup \{(A \cap C) \cap \overline{C}\} \quad (\because \text{ 分配則}) \\ &= (A \cap \overline{B} \cap C) \cup \emptyset \\ &= A \cap \overline{B} \cap C \end{aligned}$$

であり，$(*)$ を得る．