

x, y は $x > 0, y > 0$ を満たす実数とする. このとき, 次のことが成り立つ.

- 「 $x + y < 1$ 」は, 「 $x < 1$ かつ $y < 1$ 」であるための 夕.
- 「 $(x + y)xy < 2$ 」は, 「 $x < 1$ かつ $y < 1$ 」であるための 子.

夕, 子 の解答群 (同じものを繰り返し選んでもよい.)

- ① 必要条件であるが, 十分条件ではない
 ② 十分条件であるが, 必要条件ではない
 ③ 必要十分条件である
 ④ 必要条件でも十分条件でもない

(23 共通テスト 追・再 I 第 1 問 [2] (2))

【答】

夕	子
1	0

【解答】

x, y は $x > 0, y > 0$ を満たす実数である.

- 「 $x + y < 1$ 」 $\overset{\text{○}}{\longleftarrow} \overset{\text{○}}{\longrightarrow}$ 「 $x < 1$ かつ $y < 1$ 」
 (→ の証) $x + y < 1$ ならば

$$y > 0 \text{ より } x < x + y < 1$$

$$x > 0 \text{ より } y < x + y < 1$$

であり, 「 $x < 1$ かつ $y < 1$ 」が成り立つ.

(← の反例) $(x, y) = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

よって, 「 $x + y < 1$ 」は, 「 $x < 1$ かつ $y < 1$ 」であるための

十分条件であるが, 必要条件ではない. ①

……(答)

- 「 $(x + y)xy < 2$ 」 $\overset{\text{○}}{\longleftarrow} \overset{\text{○}}{\longrightarrow}$ 「 $x < 1$ かつ $y < 1$ 」

(→ の反例) $(x, y) = \left(\frac{1}{4}, 2\right)$

(← の証) 「 $x < 1$ かつ $y < 1$ 」ならば $x > 0, y > 0$ にも注意すると

$$(x + y)xy < (1 + 1) \cdot 1 \cdot 1 = 2 \text{ が成り立つ.}$$

よって, 「 $(x + y)xy < 2$ 」は, 「 $x < 1$ かつ $y < 1$ 」であるための

必要条件であるが, 十分条件ではない. ②

……(答)