

1次不定方程式

$$4x - 3y = 1$$

をみたす整数の組 (x, y) を一般解の形で求めなさい.

(23 福島大 後 共生システム理工 2(2))

【答】 $(x, y) = (3k + 1, 4k + 1)$ (k は整数)

【解答】

$$4x - 3y = 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$(x, y) = (1, 1)$ は $4x - 3y = 1$ の整数解の 1 つである. すなわち

$$4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

である. $\textcircled{1}$ と $\textcircled{2}$ の辺々を引くと

$$4(x - 1) - 3(y - 1) = 0$$

$$\therefore 4(x - 1) = 3(y - 1)$$

4 と 3 は互いに素なので, $x - 1$ は 3 の倍数で, $x - 1 = 3k$ (k は整数) とおくことができる.

このとき, $y - 1 = 4k$ なので, 求める一般解は

$$(x, y) = (3k + 1, 4k + 1) \quad (k \text{ は整数}) \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

である.